ALGORITMOS Y ESTRUCTURAS DE DATOS III - 1$^{\text{er}}$ Recuperatorio

Fecha examen: 16-JUL-2014 / Fecha notas: 21-JUL-2014

	Nº Orden	Apellido y nombre	L.U.	Cant. hojas[1]
Completar:				
	Nota (Nº)	Nota (Letras)	Docente	
No completar:				

1. Sean G y H dos grafos. Sean G^c y H^c sus respectivos complementos. Demostrar que G y H son isomorfos si y sólo si G^c y H^c son isomorfos.

2. El grafo Q_d, también llamado hipercubo de orden d, se define inductivamente de la siguiente manera: $Q_0 = K_1$, y Q_d con $d \in \mathbb{N}_{>0}$ es el grafo que se obtiene al tomar dos copias de Q_{d-1} y agregar un eje entre cada vértice de una copia y su vértice correspondiente en la otra copia. Por ejemplo, $Q_1 = K_2$ y $Q_2 = C_4$ (ciclo simple de 4 vértices).

   (a) Determinar la cantidad de vértices y la cantidad de ejes de Q_d. Expresar los resultados sin utilizar otra cosa que constantes y d. Justificar.

   (b) Demostrar que Q_d es trivial o bipartito.

3. Sea $G = (V, E)$ un grafo o digrafo con longitudes no negativas asociadas a sus ejes. Sean $v_1, v_2 \in V$. Sea $F \subseteq E$. Diseñar un algoritmo que encuentre un camino (no necesariamente simple) de v_1 a v_2 que pase por al menos un eje en F y que tenga longitud total mínima entre todos los caminos de ese tipo. El algoritmo debe tener complejidad mejor o igual que la del algoritmo de Dijkstra. Mostrar que el algoritmo propuesto es correcto y determinar su complejidad. Justificar.

4. Un palíndromo es una cadena de caracteres capicúa, como lo son por ejemplo “`SMS`”, “`rallar`” y “`@`”.

   Diseñar un algoritmo que dada una cadena de caracteres de longitud n, determine la mínima cantidad de porciones en las que es necesario dividirla para que cada porción sea un palíndromo. Por ejemplo, para las cadenas “`SMS`”, “`abcd`” y “`wiki`”, los resultados deben ser respectivamente 1, 4 y 2. El algoritmo debe tener complejidad $O(n^3)$ y estar basado en programación dinámica. Mostrar que el algoritmo propuesto es correcto y determinar su complejidad. Justificar.

5. Sea G un grafo de n vértices, conexo y con pesos asociados a sus ejes; estos pesos *no* necesariamente son positivos ni distintos entre sí. Para $i \in \{1, 2\}$, sea T_i un árbol generador mínimo de G, y sea P_i el multi-conjunto de $n - 1$ elementos formado por los pesos de cada uno de los ejes de T_i. Demostrar que $P_1 = P_2$. (Un multi-conjunto es una colección de elementos eventualmente repetidos, como puede ocurrir en este caso.)

   SUGERENCIA: Inducción en la cantidad de ejes de la diferencia simétrica entre $E(T_1)$ y $E(T_2)$ (es decir, en la cantidad de ejes que están en uno de los árboles y no en el otro).

[1] Incluyendo a esta hoja. Entregar esta hoja junto al examen.