

**ALGORITMOS Y ESTRUCTURAS DE DATOS III**  
**1<sup>er</sup> Parcial / 22 de Mayo del 2010**

Espacio reservado para los docentes:

Nota (Numérica)	Nota (Letras)	Docente

Completar los siguientes datos antes de entregar:

Nº Orden	Apellido y nombre	L.U.	Cantidad de hojas <sup>1</sup>

**Por favor entregar esta hoja junto al examen.**

---

1. Probar que si  $G$  tiene diámetro 2, cintura 4 y el grado máximo es  $n - 2$  entonces  $m \geq 2n - 4$ .  
**Nota:** El diámetro de un grafo  $G$  se define como la máxima entre todas las distancias entre los pares de vértices de  $G$ .

**Sugerencia:** Probar que existen al menos dos vértices de grado  $n - 2$ .

2. Oto Metedac entrega paquetes en su moto llevándolos desde su depósito a cada uno de los destinos. Todas las mañanas obtiene la lista de paquetes a entregar. Su moto le permite llevar sólo un paquete por vez por lo que entre entrega y entrega debe volver al depósito. Oto quiere realizar las entregas con el menor costo (en tiempo) posible. Conocemos el mapa de la ciudad, es decir, las esquinas y las calles con su dirección de circulación. También conocemos el tiempo que es necesario para recorrer cada cuadra. Queremos ayudar a Oto a realizar el mejor recorrido.

Modelar este problema como un problema de grafos. Decidir el algoritmo para resolver el problema y calcular su complejidad. **El algoritmo debe tener complejidad a lo sumo  $O(n^2)$** , donde  $n$  es la cantidad de esquinas.

**Nota:** todos los pesos son no negativos; se puede suponer que el depósito y los lugares donde hay que dejar la mercadería están en las esquinas.

3. Sea  $G$  grafo. Probar que si  $n \geq 4$  y todos los subgrafos inducidos de  $G$  de  $k$  vértices tienen la misma cantidad de ejes para cualquier  $k$ ,  $1 < k < n - 1$ , entonces  $G = K_n$  ó  $G = \overline{K_n}$ .

4. Dado un string de caracteres, queremos saber la menor cantidad de caracteres que deben agregarse para que se convierta en un string palíndromo (ie. capicúa), pudiendo agregar caracteres en cualquier lugar del string. Diseñar un algoritmo para resolver este problema, calcular su complejidad y demostrar su correctitud.

**Sugerencia:** Usar una función con dos parámetros  $i$  y  $j$ , correspondiente al substring  $a_i \cdots a_j$ .

**Ejemplo:**

b	se convierte en b	agregando 0 caracteres
ab	se convierte en aba	agregando 1 caracter
acbba	se convierte en acbbca	agregando 1 caracter
adaf	se convierte en fadaf	agregando 1 caracter
abc	se convierte en abcba	agregando 2 caracteres

5. Marcar la(s) respuesta(s) correcta(s) (**si existe(n)**) y demostrarla(s), mostrando contraejemplo(s) para la(s) falsa(s).

Sea  $e$  es una arista de  $G$ . Entonces vale que  $e$  está en **todo** AGM, **si y solo si**:

- (a)  $e$  es de peso mínimo.
- (b)  $e$  no pertenece a ningún ciclo de  $G$ .
- (c)  $e$  pertenece a un único ciclo de  $G$ .

**JUSTIFIQUE TODAS SUS RESPUESTAS**

---

<sup>1</sup>incluyendo a esta hoja