

LU:

Apellidos:

Nombres:

Aclaraciones: El parcial NO es a libro abierto. Cualquier decisión de interpretación que se tome debe ser aclarada y justificada. Para aprobar se requieren al menos 60 puntos. Entregar cada ejercicio en hoja separada.

Dado el siguiente problema y una implementación del mismo:

```
problema copiarEnMayoresQueCinco (a:[Z], n : Z) {  
  requiere n == |a|;  
  modifica a;  
  asegura n == |a|;  
  asegura ( $\forall i \leftarrow [0..n), i \bmod 2 \neq 0 \wedge pre(a)_i > 5$ )  $a_i == pre(a)_{i-1}$ ;  
}
```

```
void copiarEnMayoresQueCinco(int a[], int n) {  
  // estado E0  
  // vale n == |a|  
  int i = 0;  
  // estado E1  
  // vale a == pre(a) && i == 0  
  // Pc: {a == pre(a) && n==|a| && i == 0}  
  
  while(i < n) {  
    //I: .....  
    // FV: ...  
    // estado E2  
    // Pif: ...  
    if ((i % 2) != 0 && a[i] > 5) {  
      // estado E3  
      // vale i == i@E2 && a==a@E2 && i mod 2 != 0 && a[i] > 5  
      a[i] = a[i-1];  
      // estado E4  
      // vale i == i@E2 && (paraTodo j<-[0..n),j!=i) a[j] == a@E3[j] && a[i] == a@E3[i-1]  
    }  
    // estado E5  
    // Qif: ...  
    i = i + 1;  
    // estado E6  
    // vale i == i@E5 + 1 && a==a@E5  
  }  
  // estado E7  
  // Qc: ...  
}
```

Ejercicio 1. [45 puntos]

- a) [35 puntos] Explicar por qué no es suficiente el siguiente invariante para demostrar que el cuerpo del ciclo preserva el invariante $(I \wedge B \{Cuerpo\} I)$

$$I: 0 \leq i \leq n \wedge (\forall j \leftarrow [0..i), j \bmod 2 \neq 0 \wedge a@E1_j > 5) a_j == a@E1_{j-1} \wedge (\forall j \leftarrow [i..n) a_j == a@E1_j$$

¿Cómo arreglaría el invariante propuesto para poder demostrar que el cuerpo del ciclo preserva el invariante $(I \wedge B \{Cuerpo\} I)$?

Escribir el nuevo invariante. **NO** hacer la demostración.

- b) [10 puntos] Sin hacer la demostración, determinar Pif, Qif, Qc, Fv y cota que permitan demostrar que la implementación es correcta.

Dado el siguiente problema y una implementación del mismo:

```
problema buenosVecinos (a:[Z], n : Z) {
  requiere n == |a| ∧ n mod 2 == 0;
  modifica a;
  asegura n == |a|;
  asegura (∀i ← [0..n), i mod 2 == 0) ai == pre(a)i+1;
  asegura (∀i ← [0..n), i mod 2 ≠ 0) ai == pre(a)i;
}
```

```
void buenosVecinos(int a[], int n) {
  // estado E0
  // vale n == |a| ∧ n mod 2 == 0
  int i = n-2;
  // estado E1 ...
  // Pc: ...
  while(i >= 0) {
    //I: -2 <= i <= n-2 ∧ i mod 2 == 0 ∧
    // (paraTodo j <- [i+2..n), j mod 2 == 0) a[j] == a[E1][j+1] ∧
    // (paraTodo j <- [i+2..n), j mod 2 != 0) a[j] == a[E1][j] ∧
    // (paraTodo j <- [0..i+2)) a[j] == a[E1][j]
    // FV: i cota: -1
    // estado E2 ...
    a[i]=a[i+1]
    // estado E3 ...
    i = i - 2;
    // estado E4 ...
  }
  // Qc: ...
  // estado E5 ...
}
```

Ejercicio 2. [40 puntos] Realizar la transición de estados, completar P_c , Q_c y demostrar que se cumple que el cuerpo del ciclo preserva el invariante $(I \wedge B \{Cuerpo\} I)$, que $(I \wedge \neg B) \rightarrow Q_c$ y que $(I \wedge Fv \leq cota) \rightarrow \neg B$

Ejercicio 3. [15 puntos]

a) Implementar la siguiente especificación (ejercicio 4.v de la Práctica de Imperativo avanzada).

```
problema elMasRepetido (a:[Z], n:Z) = result : Z {
  requiere n == |a|;
  requiere |a| > 0;
  asegura result ∈ a ∧ (∀e ∈ a) cuenta(e, a) ≤ cuenta(result, a);
}
```