

---

# Álgebra I

1er. cuatrimestre 2021

Primer Recuperatorio del Segundo Parcial - 16/07/2021

---

***Justifique todas sus respuestas.***

*Entregue todas las hojas escaneadas y en orden.*

*En la primera hoja coloque su nombre completo, número de libreta, carrera y **turno** de práctica al que está inscripto en el SIU Guaraní.*

---

## **Ejercicio 1:**

Hallar todas las soluciones  $(a, b) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$  de la ecuación

$$110a + 250b = 100$$

que satisfacen simultáneamente  $37^2 | (a - b)^{2021}$ .

---

## **Ejercicio 2:**

Sea  $a \in \mathbb{Z}$  tal que el resto de dividir  $2a$  por 3 es 0, el resto de dividir  $2a$  por 14 es 4 y tal que el resto de dividir  $a^{2021} + a^{110}$  por 11 es 5. Hallar todos los posibles restos de dividir  $a$  por 693.

---

## **Ejercicio 3:**

Sea  $f = X^4 - 2X^3 + 3X^2 - 2X + 1 \in \mathbb{C}[X]$ .

- (a) Probar que si  $\omega \in \mathbb{C}$  es una raíz sexta primitiva de la unidad, entonces  $f(\omega) = 0$ .
  - (b) Calcular la multiplicidad de cada raíz de  $f$ .
- 

## **Ejercicio 4:**

Factorizar como producto de irreducibles en  $\mathbb{Q}[X]$ ,  $\mathbb{R}[X]$  y  $\mathbb{C}[X]$  el polinomio

$$f = X^4 - 6X^3 + 11X^2 - 2X - 10,$$

sabiendo que tiene alguna raíz en común con el polinomio  $g = X^4 - 5X^3 + 7X^2 - 6$ .

---