2do Recuperatorio

Algoritmos y Estructuras de Datos 3 – DC, FCEyN, UBA

18/12/2020

Para realizar consultas, deben conectarse al aula de Zoom habitual (https://zoom.us/my/dc.aula03) y avisarle al *host* por Discord que desean consultar. Serán agregades a una lista de espera visible en https://docs.google.com/spreadsheets/d/1R80e2WI5nI1lM7TfZKZfwF4ebLQrwJyb4eWMAqOPBg0/edit?usp=sharing y, cuando llegue su turno, transferides a una *breakout room* con algún docente al que realizarle su consulta.

Las aclaraciones de enunciado que podamos llegar a hacer van a ser comunicadas por Zoom y por Discord.

El examen transcurre de 17:00 a 21:00 hs. De 21:00 a 21:15 no contestaremos más consultas de enunciado y **sólo** estaremos en la sala de Zoom para resolver cuestiones relacionadas a la entrega por Campus (https://campus.exactas.uba.ar/mod/assign/view.php?id=151464). A las 21:15 se cerrará la sesión de Zoom y tendrán hasta las 21:45 para realizar la entrega. Tengan en cuenta que de 21:15 a 21:45 los docentes ya no asistiremos con cuestiones de entrega.

Sólo en caso de que el Campus estuviera saturado y no funcionara, sería adecuado realizar la entrega por mail a algo3-doc@dc.uba.ar. Sólo en caso de entregar por Campus, el archivo podrá sobreescribirse una cantidad ilimitada de veces hasta la hora de entrega. En caso de entregar por Campus, independientemente de si sobreescriben o no, deberán confirmar su entrega definitiva (que ya no podrá sobreescribirse).

El examen **debe** realizarse a mano. **Deben** numerar sus hojas y escribir en ellas sus nombres. Al finalizar, deben escanearlo o fotografiarlo, preferentemente con CamScanner o similar. El resultado **debe** ser un documento legible (buena iluminación, buena resolución, buena orientación, no fotos cortadas, etc.), **¡verificarlo!**
Deben subir o bien un único archivo PDF o bien un único archivo comprimido que contenga las imágenes. En cualquier caso, **debe** estar nombrado `apellido_nombre.extensión` y **debe** haber un orden de lectura claro (pueden nombrar los archivos de las imágenes de acuerdo al orden de lectura).

El examen es personal y pueden usar las teóricas, las clases prácticas y las guías de ejercicios, citando claramente. Las respuestas deben estar debidamente justificadas.

El examen se aprueba con al menos 2 ejercicios bien.

1) Un ratón va cavando un túnel mientras recorre un cubo de queso de $30cm$ de lado. Quiere que el túnel pase por todos los subcubos de $10cm$ de lado. Si siempre se mueve hacia uno de los a lo sumo 6 subcubos adyacentes que todavía no haya recorrido, ¿puede empezar y terminar en un mismo subcubo cualquiera del cubo de queso? Justificar formalmente en base a resultados vistos en la materia e indicar claramente qué resultados se usan.

2) Probar que el siguiente problema es NP-completo sabiendo qué problemas vistos en la materia son NP-completos.

   ENTRADA: Un grafo $G = (V, E)$ y $k \in \mathbb{N}$.

   PREGUNTA: ¿Pueden particionarse V en a lo sumo k conjuntos $V_1, \ldots, V_k$ tal que para cada $i \in \{1, \ldots, k\}$ el subgrafo inducido en G por V_i sea un grafo completo?

   Recordar que $V_1, \ldots, V_k$ es una partición de V si valen simultáneamente:

   - $\forall\ i \in \{1, \ldots k\},\ V_i \neq \emptyset$
   - $\forall\ i, j \in \{1, \ldots k\},\ i \neq j \Rightarrow V_i \cap V_j = \emptyset$
   - $\bigcup_{i=1}^{k} V_i = V$

3) Dado un ordenamiento $v_1, \ldots, v_n$ de los vértices de un digrafo D, se define la *secuencia digráfica* de D como $(d^-(v_1), d^+(v_1)), \ldots, (d^-(v_n), d^+(v_n))$. Dada una secuencia de pares d, el problema de realización de d consiste en encontrar un digrafo D cuya secuencia digráfica sea d.

   a) Modelar el problema de realización como un problema de flujo en redes y demostrar que el modelo resultante es correcto.

   b) Calcular la complejidad de resolver el problema de realización utilizando el algoritmo de Ford-Fulkerson. La cota debe estar expresada en función de n y debe ser lo suficientemente ajustada.

4) *a*) Demostrar que $\chi'(G+H) \leq \text{máx}\{\chi'(G), \chi'(H)\} + \text{máx}\{n_G, n_H\}$ para todo par de grafos G y H con $n_G = |V(G)|$ y $n_H = |V(H)|$. Recordar que $G+H$ es el grafo que se obtiene agregando todas las aristas posibles entre los vértices de G y H.

   b) Sin usar el teorema de Vizing, demostrar que $\chi'(K_n) = n - 1$ para todo $n = 2^k$. **Ayuda:** aplique inducción en k.