

Álgebra Lineal - Recuperatorio del Segundo Parcial - 22/07/08

Nombre: ALEXANDRO LUCINI
 Turno: MAÑANA

Carrera: INGENIERIA
 L.U./Año: 2010

1	2	3	4	5	Calificación
B/R	B	B^-	X	B	Aprobado

Ejercicio 1.

(a) Demostrar que las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ -1 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & -2 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -1 & -1 & 1 \\ 2 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

son semejantes.

(b) Hallar una matriz $P \in GL(3, \mathbb{C})$ tal que $B = P^{-1} \cdot A \cdot P$

Ejercicio 2. Dar la forma de Jordan de una matriz $A \in \mathbb{C}^{14 \times 14}$ que verifica, simultáneamente:

1. $m_A = (X - a)^2 \cdot (X - b) \cdot (X - c)^2 \cdot (X - d)^3$ (donde a, b, c y d son números complejos distintos entre sí),

2. $\text{rg}(A - a.I) = 11$, $\text{rg}(A - a.I)^2 = 10$, $\text{rg}(A - c.I) = 12$, $\text{rg}(A - c.I)^2 = 10$ y $\text{rg}(A - d.I) = 13$.

Ejercicio 3. Dados los planos de \mathbb{R}^4 : $\pi_1: x_1 + x_2 + x_3 = 1$, $x_2 + x_3 + x_4 = 0$
 y $\pi_2: x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 3$, $x_1 + x_4 = -1$

(a) Dar las ecuaciones implícitas de dos rectas paralelas L_1 y L_2 tales que $L_1 \subseteq \pi_1$ y $L_2 \subseteq \pi_2$.

(b) Determinar el plano π que contiene a L_1 y a L_2 .

Ejercicio 4. Encontrar la matriz en la base canónica de \mathbb{R}^3 de un producto interno que verifique simultáneamente

1. La proyección ortogonal del vector $(1, 0, 2)$ sobre el subespacio S es $(1, 0, 1)$, donde S es el plano de ecuación $x_1 + x_2 - x_3 = 0$.

2. El cuadrilátero de vértices $(1, 1, 2)$, $(2, 2, 4)$, $(2, 3, 5)$ y $(1, 2, 3)$ recorridos en ese orden es un cuadrado cuyos lados miden 3.

3. La norma del vector $(0, 1, 2)$ es 5.

Aclaración: Un cuadrado es un polígono de cuatro lados, todos de igual longitud y tal que los lados adyacentes son perpendiculares.

Ejercicio 5. Sea $A \in \mathbb{C}^{3 \times 3}$ y sea $P \in \mathbb{C}[X]$ que verifica $P(A) = 0$. Sabiendo que el máximo común divisor entre P y χ_A es un polinomio de grado 1, probar que A es una matriz escalar.