

1	2	3	4	5	CALIF.
B	M	B	R	M	I

Algebra I - 2do Cuatrimestre 2016

Primer Recuperatorio del Primer Parcial - 06/12/2016

1. Sea A el conjunto formado por todas las funciones $f : \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\} \rightarrow \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$. Definimos la relación \mathcal{R} en A dada por

$$f\mathcal{R}g \iff \sum_{i=1}^8 f(i) \leq \sum_{i=1}^8 g(i).$$

- a) Determinar si \mathcal{R} es reflexiva, simétrica, antisimétrica o transitiva.
 b) Sea $g \in A$ la función tal que $g(i) = 1$ para todo $i \leq 7$ y $g(8) = 2$. Hallar la cantidad de funciones $f \in A$ tales que $f\mathcal{R}g$.
2. Probar que para todo $n \in \mathbb{N}$ se verifica

$$\sum_{i=1}^{n+1} \frac{1}{n+i} \leq \frac{5}{6}.$$

3. Una fragata parte de Jamaica con 13 piratas para atacar 3 puertos.
 a) ¿De cuántas maneras pueden desembarcar cuatro piratas en Portobelo, cuatro en Maracaibo y cinco en Gibraltar?
 b) ¿De cuántas maneras pueden desembarcar exactamente seis piratas en Portobelo, y al menos un pirata en cada uno de los otros dos puertos?
4. Probar que para todo $n \in \mathbb{N}$ se tiene que

$$169 \mid 3^{3n+3} - 26n - 27.$$

5. Para cada $a \in \mathbb{Z}$, calcular $(a^3 + 2a : 2a^4 + 6a^2 + 2)$.

Complete esta hoja con sus datos y entréguela con el resto del examen.
 Justifique todas sus respuestas.