ALGORITMOS Y ESTRUCTURAS DE DATOS III - 2º Recuperatorio
Fecha examen: 19-DIC-2014 / Fecha notas: a determinar

	Nº Orden	Apellido y nombre	L.U.	Cant. hojas[1]
Completar:				
	Nota (Nº)	Nota (Letras)	Docente	
No completar:				

1. Sea G un grafo de n vértices y m ejes. Diseñar un algoritmo de complejidad $O(n^2)$ que encuentre un cubrimiento de aristas por vértices de G que sea minimal (no necesariamente mínimo). Mostrar que el algoritmo propuesto es correcto y determinar su complejidad. Justificar. El mejor algoritmo que conocemos tiene complejidad $O(m+n)$, la cual es necesaria para obtener puntaje máximo en este ejercicio. 2 p.

2. Una clique de máxima frontera de un grafo G, es un subgrafo completo S de G que maximiza la frontera, es decir, la cantidad de ejes que tienen exactamente un extremo en S.

   Determinar la frontera en una clique de máxima frontera de los grafos indicados. Justificar.

   (a) K_n; 0.5 p.
   (b) C_n (ciclo simple de $n \geq 3$ vértices); 0.5 p.
   (c) P_n (camino simple de n vértices); 0.5 p.
   (d) $K_{p,q}$. 0.5 p.

3. Sea $G = (V, E)$ una red donde cada arco $e \in E$ tiene asociadas dos capacidades $c_1(e)$ y $c_2(e)$. Para $i \in \{1, 2\}$, sea $\alpha_i \in \mathbb{R}_{\geq 0}$ y sea f_i un flujo válido para la capacidad c_i. Para cada arco $e \in E$ definimos $f(e) = \alpha_1 f_1(e) + \alpha_2 f_2(e)$ y $c(e) = \alpha_1 c_1(e) + \alpha_2 c_2(e)$.

   (a) Demostrar que f es un flujo válido para la capacidad c. 1 p.
   (b) ¿Es cierto que si f_1 y f_2 son máximos entonces f también lo es? En caso afirmativo demostrar; en caso negativo dar un contraejemplo y justificar. 1 p.

4. Demostrar que $\Pi_1 \in$ NP-completo mediante una reducción polinomial y usando que $\Pi_2 \in$ NP-completo. 2 p.

   Π_1: SUBGRAFO COMÚN MÁXIMO
   Entrada: grafo $G_1 = (V_1, E_1)$; grafo $G_2 = (V_2, E_2)$; $k \in \mathbb{N}_0$.
   Pregunta: ¿tiene G_1 un subgrafo de k o más ejes que sea isomorfo a un subgrafo de G_2? Es decir, ¿existen V_1', V_2', E_1' y E_2' tales que $V_1' \subseteq V_1$, $V_2' \subseteq V_2$, $E_1' \subseteq E_1$, $E_2' \subseteq E_2$, $|E_1'| \geq k$, con $G_1' = (V_1', E_1')$ y $G_2' = (V_2', E_2')$ grafos isomorfos? (Los subgrafos pueden no ser inducidos.)

   Π_2: CAMINO HAMILTONIANO
   Entrada: grafo G.
   Pregunta: ¿existe un camino que pasa exactamente una vez por cada vértice de G?

5. Un grafo se dice d-regular si y sólo si todos sus vértices tienen grado d.

   (a) Sea G un grafo conexo de n vértices y d-regular, con $3 \leq d \leq n-2$. Demostrar que $\alpha(G) \geq \lceil n/d \rceil$, donde $\alpha(G)$ es la cantidad de vértices de un conjunto independiente máximo de G. 1.2 p.
   SUGERENCIA: Coloreo.
   (b) Mostrar con contraejemplos que la propiedad no es cierta para $d = 0$, $d = 1$, $d = 2$ ni $d = n-1$. Justificar. 0.8 p.

[1] Incluyendo a esta hoja. Entregar esta hoja junto al examen.