

ALGEBRA I - 1er. cuatrimestre 2018
SEGUNDO PARCIAL (06/07/2018)

1. Hallar los posibles restos de dividir a a por 18 sabiendo que $(a^{226} + 4a + 1 : 54) = 3$.
2. Determinar todos los $(a, b) \in \mathbb{Z}^2$ tales que $15a + 42b = 57$ y $a + b \equiv 28^{2018} \pmod{76}$.
3. Sea $w \in G_{24}$ una raíz 24-ava primitiva de la unidad. Hallar todos los $n \in \mathbb{N}$ tales que

$$w^{15n} + \sum_{i=1}^{11} \bar{w}^{2i+6}$$

es imaginario puro.

Recuerdo: $\cos(\alpha) = \cos(\beta)$ si y sólo si $\alpha = \beta + 2k\pi$ o $\alpha = -\beta + 2k\pi$ para algún $k \in \mathbb{Z}$.

4. Sea $f \in \mathbb{R}[x]$ el polinomio mónico de grado mínimo que satisface simultáneamente:

- $x^2 - 2 \mid (f : f')$.
- Las soluciones de la ecuación $z^2 - 2 = 2iz$ son raíces de f .

Factorizar a f como producto de polinomios irreducibles en $\mathbb{C}[x]$.

5. Sea $f = x^4 - 2x^3 + 2x^2 + 6x - 15$. Factorizar a f como producto de polinomios irreducibles en $\mathbb{C}[x]$, $\mathbb{R}[x]$ y $\mathbb{Q}[x]$ sabiendo que la suma de dos raíces de f es 0.