Teoría de Lenguajes
Primer Parcial

Primer cuatrimestre de 2019

Apagar los celulares.
Hacer cada ejercicio en hojas separadas.
Poner nombre, número de orden y número de página en cada ejercicio.
Justificar todas las respuestas.
El examen es a libro abierto.
Se aprueba con al menos 65 puntos.

1. (25 pts) Dar una expresión regular para el complemento de $L((a(ab)^*)^*)$ sobre el alfabeto $\{a, b\}$.

2. (25 pts) Sea $L_2 = \{ab^pc^q \mid p \geq 1 \wedge p$ no divide a $q\}$. Determinar si L_2 es regular, y en ese caso dar un autómata finito que lo reconozca, en caso contrario demostrar que no lo es.

3. (25 pts) Sea L_3 el lenguaje sobre el alfabeto $\{$`(`, `)`, `[`, `]`$\}$ de cadenas de paréntesis y corchetes balanceados, permitiendo anidamientos de éstos pero de modo tal que cada corchete de cierre puede cerrar un corchete o bien toda una *secuencia completa* de paréntesis abiertos pendientes.

   Ejemplo de cadena válida[1]:

```
(
 (
  []
]   //cerró 2 paréntesis
[
 ((
   []
   ((( ( )
 ]  //cerró 5 paréntesis
 (] // cerró 1 paréntesis
]
```

   Ejemplos de cadenas inválidas:

   `()(()]` (El segundo corchete no tiene nada que cerrar)

   `[(()` (El corchete de apertura queda sin cerrar)

   Dar un autómata de pila para L_3. Hacerlo determinístico de ser posible.

4. (25 pts) Dar una gramática libre de contexto para L_3

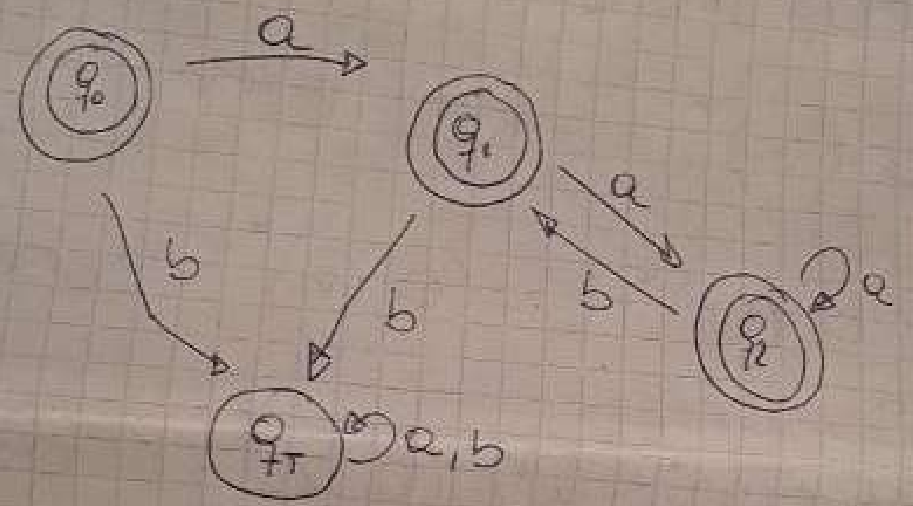
[1] Los comentarios no forman parte de la cadena.

1) Doy un autómata que describa el lenguaje del enunciado

1	2	3	4	Tot
18	25	25	24	92

A

$A_L = \langle \{q_0, q_1, q_2, q_T\}, \{a, b\}, \delta, q_0, \{q_0, q_1, q_2\} \rangle$



Justificación ?

El complemento de L es

$L^c = \langle \{q_0, q_1, q_2, q_T\}, \{a, b\}, \delta, q_0, \{q_T\} \rangle$

Planteo las ecuaciones

$L_0 = aL_1 \mid bL_T$

$L_1 = aL_2 \mid bL_T$

$L_2 = aL_2 \mid bL_1$

$L_T = aL_T \mid bL_T \mid \lambda$

$L_T = (a|b) L_T \mid \lambda$

$\quad = (a|b)^* \rightarrow$ Por prop ✓

$L_1 = a L_2 \mid b(a|b)^* \rightarrow$ reemplazando

$L_2 = a L_2 \mid \cancel{ba L_2 \mid} bb(a|b)^* \rightarrow$ reempl.

$\quad = \underbrace{a^*}_{(a|ba)^*} \underbrace{b}_{bb} (a|b)^* \rightarrow$ por prop

$L_1 = a \underbrace{a^* b}_{(a|ba)^* bb} (a|b)^* \mid b(a|b)^* \rightarrow$ reempl.

$$\boxed{L_0 = aa a^* b (a|b)^* \mid ab(a|b)^* \mid b(a|b)^*}$$

✗ (*)

Es la expresión regular para el complemento del lenguaje del enunciado

Simplificada:

$L_0 = (a(aa^* \mid \lambda) \mid \lambda)\, b(a|b)^*$

~~(*) TU ER NO ADMITE CADENAS PERTENECIENTES A L^c COMO aa~~

(*) TU ER ADMITE CADENAS QUE NO PERTENECEN A L^c COMO aaba, aab, aabab Y MUCHAS OTRAS MAS

2) Quiero ver que L_2 no es regular.

Por prop. de los lenguajes regulares, L_2 es reg $\Leftrightarrow$ L_2^c es regular, entonces, si L_2^c no es regular tampoco lo es L_2. (lo mismo vale para el reverso)

Sea una cadena α / $\alpha \in (L_2^c)^r$

Elijo

$\alpha = \cancel{\ } c^{f(p)} b^{f(p)} a$, siendo $f(p)$ = próximo primo de p

Notar que $f(p)$ divide a $f(p)$ (porque son el mismo nro) y que ningún otro número lo divide, ya que es primo.

Como $f(p) \geq p \Rightarrow |\alpha| > p$

Sea una descomposición en xyz con $|xy| \leq p$ y $|y| \geq 1$

Tenemos que

~~...~~

$x : c^k \quad y : c^j \quad z : c^{f(p)-k-j} b^{f(p)} a$

Elijo $i = 0$

$x y^0 z = xz = c^k c^{f(p)-k-j} b^{f(p)} a = c^{f(p)-j} b^{f(p)} a$

$f(p) - j$ no divide a $f(p)$

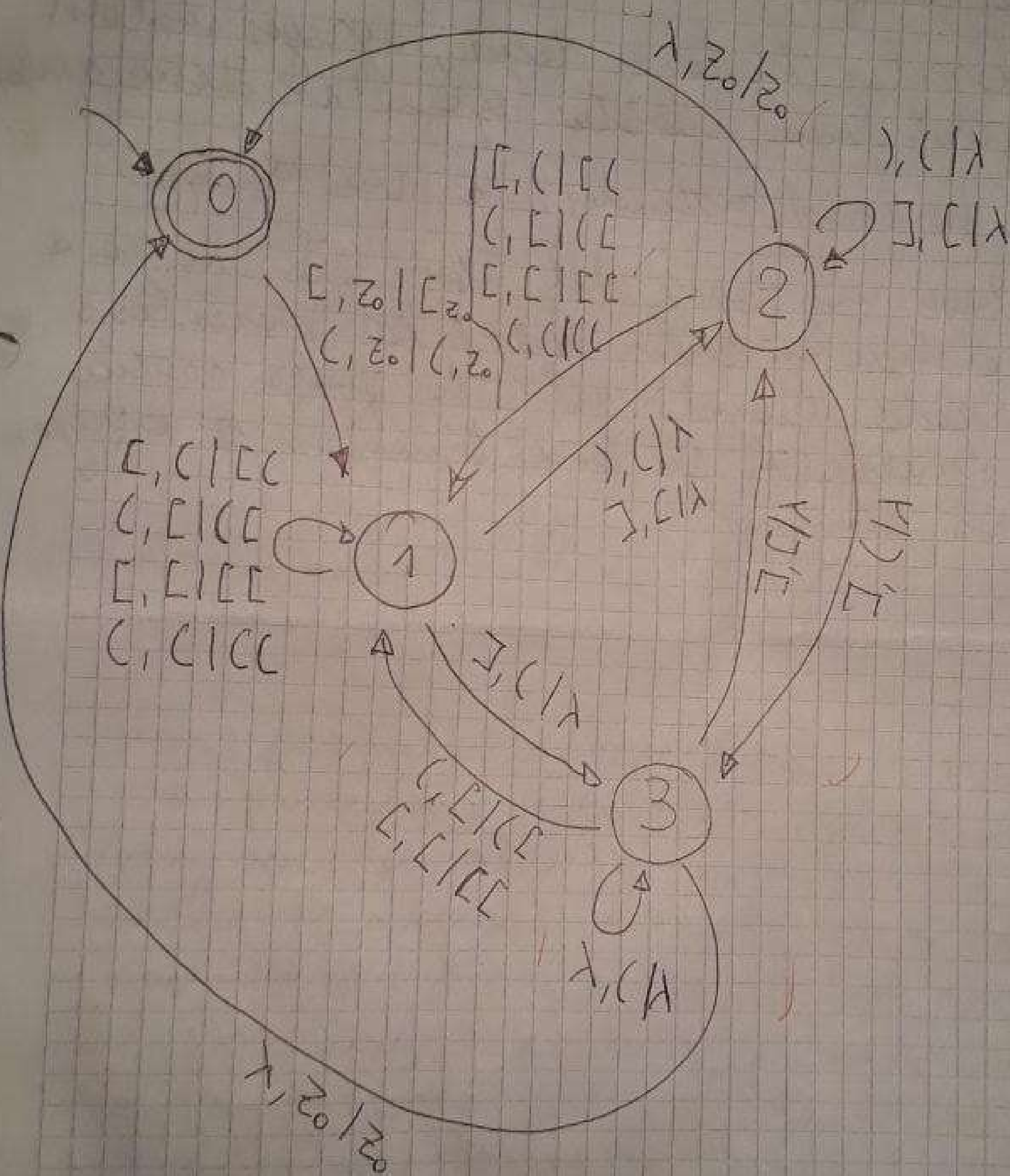
$|y| \geq 1 \Rightarrow j \geq 1$

$\Rightarrow xz \notin (L_2^c)^r$

Por Pumping, $(L_2^c)^r$ no es regular

$\Rightarrow L_2^c$ no es regular $\Rightarrow L_2$ no es regular

3)



$M_{L_3} = \langle \{q_0, q_1, q_2, q_3\}, \{[, (,),]\}, \{[, (,),], Z_0\}, \delta, q_0, Z_0, \{q_0\} \rangle$

Idea: En el estado q_0 se llega siempre que esté la pila vacía. En q_1 se empieza a apilar, ~~hasta~~ es decir, agregar símbolos de apertura, hasta que se desea cerrar. ~~En~~ En los casos normales, se va a q_2. Si hay un cierre del tipo ( ], se va a q_3 donde se quitan todos los paréntesis cerrados. Cuando está la pila vacía, se vuelve a q_0 para terminar o agregar más términos.

4) La GLC para L_3 es:

$$G_3 = \langle \{S, X, Y\}, \{(,), [,]\}, P, S \rangle$$

Con P:

$$S \to (X \mid [S] \mid (Y) \mid SS \mid \lambda$$

$$X \to (X \mid (Y)X \mid [S]X \mid]$$

$$Y \to (Y) \mid [S] \mid YY \mid \lambda$$

Idea: permite la apertura y cierre de paréntesis y corchetes, pero una vez que se abre un paréntesis sin su cierre es necesario cerrarlo con un corchete (pasando por X). Además, si hay un par de paréntesis abriendo y cerrando, no se puede poner un corchete de cierre adentro, porque lo dejaría inválido (hay que pasar por Y)