1	2	3	4	5

CALIF.

APELLIDO Y NOMBRE: MAIL:

LIBRETA: TURNO: 10 a 13 16 a 19

Algebra Lineal - 1er Cuatrimestre 2014
Primer recuperatorio del 2do Parcial (15/07/2014)

---

1. Sean $x_1, \dots, x_n \in K$ y sea

$$A_n = \begin{pmatrix} 0 & x_1 & x_2 & \dots & x_n \\ x_1 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ x_2 & 0 & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ x_n & 0 & \dots & 0 & 1 \end{pmatrix} \in K^{(n+1)\times(n+1)}.$$

Probar que $\det(A_n) = -(x_1^2 + \cdots + x_n^2)$, $\forall n \in \mathbb{N}$.

---

2. Sea $f \in \mathrm{End}(K^{n\times n})$ definido por $f(A) = A^t$. Probar que 1 y -1 son autovalores de f, y calcular la dimensión de los autoespacios E_1 y E_{-1} correspondientes a los autovalores 1 y -1 respectivamente. ¿Es f diagonalizable?

---

3. Sea en $\mathbb{C}^{n\times n}$ el producto interno canónico $\langle A, B\rangle = \mathrm{tr}(A \cdot B^*)$. Sea $P \in GL(n, \mathbb{C})$ y $f \in \mathrm{End}_{\mathbb{C}}(\mathbb{C}^{n\times n})$ definida por $f(A) = P^{-1} \cdot A \cdot P$.

   (a) Calcular f^* y deducir que si P es una matriz hermitiana (i.e. autoadjunta), entonces f es autoadjunta.

   (b) Para P hermitiana, probar que si $v, w \in \mathbb{C}^n$ son vectores columna autovectores de P, entonces $v \cdot w^* \in \mathbb{C}^{n\times n}$ es un autovector de f. ¿Con qué autovalor?

---

4. Determinar, si es posible, una rotación f en $\mathbb{R}^3$ tal que $f(S) = T$ para

$$S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : y + z = 0\} \quad \text{y} \quad T = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : z = 0\}.$$

¿De qué ángulo es?

---

5. Sea

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 2 \end{pmatrix} \in \mathbb{C}^{6\times 6}.$$

Hallar la forma y una base de Jordan para A.

[illegible]