

ALGORITMOS Y ESTRUCTURAS DE DATOS III - 1^{er} Parcial

Fecha examen: 07-MAY-2016 / Fecha notas: a determinar

1. Un polígono es una figura plana limitada por una secuencia finita de segmentos rectos llamados lados. Por ejemplo, un cuadrado es un polígono de 4 lados iguales y perpendiculares. Un poliedro es un cuerpo geométrico cuyas caras son polígonos. Por ejemplo, un cubo es un poliedro de 6 caras que son cuadrados. 2 p.
Demostrar mediante grafos que si todas las caras de un poliedro tienen una cantidad impar de lados, entonces el poliedro tiene una cantidad par de caras.
2. Sea G un grafo conexo no dirigido con longitudes no negativas asociadas a sus ejes. Sean $s \neq t$ dos vértices de G . Decidir para cada acción propuesta si la longitud de un camino mínimo de s a t puede aumentar, disminuir, o quedar igual. En caso afirmativo dar un ejemplo y justificar; en caso negativo demostrar. 0.6 p.
 - (a) Eliminar de G un eje e tal que $G - e$ es conexo. 0.6 p.
 - (b) Agregar a G un eje de cierta longitud. 0.8 p.
 - (c) Dados tres vértices v_1, v_2 y w , tales que v_1 y v_2 son adyacentes pero ninguno de ellos es adyacente a w en G , reemplazar el eje (v_1, v_2) de longitud x por los ejes (v_1, w) y (v_2, w) , cada uno con longitud $x/2$.
3. Sea $G = (V, E)$ un grafo de $n \geq 3$ vértices. Demostrar que G es un ciclo simple si y sólo si para todo $v \in V$ se cumple que $G - v$ es un camino simple. 2 p.
4. Astro Boy ha crecido, y ha cambiado su nombre a Astro Void. Para ganarse la vida se dedica a la compraventa de asteroides. Sea $p \in \mathbb{N}^n$ tal que p_i es el precio de un asteroide el i -ésimo día en una secuencia de n días. Astro Void quiere comprar y vender asteroides durante esos n días de manera tal de obtener la mayor ganancia neta posible. Debido a las dificultades que existen en el transporte y almacenaje de asteroides, Astro Void puede comprar a lo sumo un asteroide cada día, puede vender a lo sumo un asteroide cada día, comienza sin asteroides, y debe terminar sin asteroides. Además, el Ente Regulador Asteroidal impide que Astro Void venda un asteroide que no haya comprado. Diseñar un algoritmo eficiente que calcule la máxima ganancia neta que puede obtener Astro Void respetando las restricciones indicadas. Por ejemplo, para los vectores $p = (2, 3)$, $p = (3, 2)$ y $p = (6, 2, 7)$, los resultados deben ser respectivamente 1, 0 y 5. Mostrar que el algoritmo propuesto es correcto y determinar su complejidad (temporal y espacial). Justificar. El mejor algoritmo que conocemos tiene complejidad temporal $O(n^2)$ y espacial $O(n)$, lo cual es necesario para obtener puntaje máximo en este ejercicio. 2 p.
5. Sea G un grafo conexo con pesos asociados a sus ejes. Demostrar que G tiene dos árboles generadores de distinto peso total si y sólo si tiene un ciclo simple en el cual hay dos ejes de distinto peso. 2 p.
SUGERENCIA: Para la ida, considerar dos árboles generadores de G de distinto peso total y que tengan la mayor cantidad posible de ejes en común.

¹Incluyendo a esta hoja. Entregar esta hoja junto al examen.