

## Recuperatorio Segundo Parcial

21/12/07

Sólo se pueden utilizar las macros y funciones primitivas recursivas definidas en el libro. En caso de duda, consulte.

1. Sea  $lar_{10}(n)$  la función que calcula la cantidad de cifras del número  $n$  (escrito en base 10). (Y definida en 0 como 0.)

Por ejemplo  $lar_{10}(0) = 0, lar_{10}(2) = 1, lar_{10}(202) = 3, lar_{10}(01792) = 4$ .

- a) Decidir si la función  $lar_{10}$  es computable y demostrarlo.
- b) Decidir si la función  $lar_{10}$  es primitiva recursiva y demostrarlo.

2. Dado el conjunto

$$A = \{y/\exists x (\Phi_y(x) \downarrow \wedge \Phi_y(x+1) \downarrow \wedge \Phi_y(x) \geq \Phi_y(x+1))\}.$$

Analizar si  $A$  y  $\bar{A}$  son recursivamente enumerables. Justificar.

3. Probar que el predicado

$$P(x) = \text{Halt}(2007 \cdot x, x) \\ = \begin{cases} 1 & \text{si el programa } x \text{ termina al evaluarlo en } 2007 \cdot x \\ 0 & \text{si no} \end{cases}.$$

no es computable.

4. Sean  $A_1, A_2, A_3$  y  $A_4$  cuatro conjuntos primitivos recursivos tales que

$$A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup A_4 = \mathbf{N}$$

y que son disjuntos o sea que

$$A_i \cap A_j = \emptyset \text{ si } i \neq j.$$

Probar que cada uno de ellos es recursivo.

5. Dado el conjunto

$$B = \{y/ \text{ en el programa } y \text{ aparecen explícitamente menos de 1000 variables}\}.$$

Analizar si  $B$  y  $\bar{B}$  son recursivamente enumerables. Justificar.

Nota: La codificación de cada instrucción es:

$$\langle \#label, \langle \#acción, \#variable - 1 \rangle \rangle$$