

Final de Álgebra I
19/06/2018

1

Sea $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ una función inyectiva, demostrar que la siguiente relación es de equivalencia:

$$aRb \Leftrightarrow f(a)|f(b)$$

2

Hallar el término general de la siguiente sucesión y demostrar que es válida para todo $n \in \mathbb{N}$.

$$a_1 = 1$$

$$a_2 = 1$$

$$a_{n+2} = a_{n+1} + n^2 a_n$$

3

Sea $f : \{1, 2, \dots, 40\} \rightarrow \{1, 2, \dots, 50\}$, calcular la cantidad de funciones inyectivas tales que cumplan simultáneamente:

- $f(n) \leq 30, \forall n > 15$
- $f(n) > 20, \forall n \leq 25$
- $f(30) < f(35) < f(40)$

4

Para todo $n \in \mathbb{N}$, $d_n = (n^{69} + 75 : 34n)$. Hallar $D = \max\{d_n \in \mathbb{N}\}$ y determinar todos los $n \in \mathbb{N}$ tales que $d_n = D$.

5

Sea el polinomio $p = x^6 + 64$, hallar su factorización en $\mathbb{Q}[x]$, $\mathbb{R}[x]$ y $\mathbb{C}[x]$.