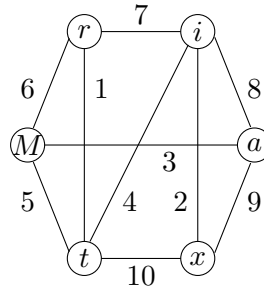


**ALGORITMOS Y ESTRUCTURAS DE DATOS III - 1<sup>er</sup> Recuperatorio**

**Fecha examen: 11-JUL-2016 / Fecha notas: a determinar**

	Nº Orden	Apellido y nombre	L.U.	Cant. hojas <sup>1</sup>
Completar:				
	Nota (Nº)	Nota (Letras)	Docente	
No completar:				

1. Utilizar el algoritmo de Dijkstra para calcular los caminos mínimos desde el vértice  $M$  hacia todos los vértices del grafo que aparece en la figura. Presentar pseudocódigo del algoritmo y realizar un seguimiento del mismo. Hecho esto, si se ordenan los vértices de acuerdo a su distancia al origen, podrá leerse el nombre de una conocida trilogía de películas. 2 p.



2. Sea  $G$  un grafo de  $n$  vértices sin circuitos simples. Demostrar que  $K_{\lceil n/2 \rceil}$  es subgrafo de  $G^c$ . 2 p.
3. Sea  $G$  un grafo conexo,  $C$  un ciclo simple de  $G$ ,  $e$  y  $f$  dos ejes distintos en  $C$ . ¿Es cierto que siempre existe un árbol generador  $T$  de  $G$  tal que...
- (a)  $e$  y  $f$  no están en  $T$ ? 0.6 p.
  - (b)  $e$  está en  $T$  pero  $f$  no está en  $T$ ? 0.7 p.
  - (c)  $e$  y  $f$  están en  $T$ ? 0.7 p.

En caso afirmativo demostrar; en caso negativo dar un contraejemplo y justificar.

4. (a) Demostrar que si  $G = (V, E)$  es un grafo no trivial entonces  $\sum_{v \in V} m(G-v) = m(G) \times [n(G) - 2]$ , donde  $n(\cdot)$  y  $m(\cdot)$  denotan respectivamente cantidad de vértices y cantidad de ejes. 0.5 p.
- (b) Sea  $G = (V, E)$  un grafo de  $n \geq 3$  vértices. Demostrar que son equivalentes: 1.5 p.
- i.  $G$  es un ciclo simple.
  - ii. Para todo  $v \in V$  se cumple que  $G - v$  es un camino simple.
  - iii. Para todo  $v \in V$  se cumple que  $G - v$  es un árbol.
- SUGERENCIA: Demostrar (4(b)iii)  $\Rightarrow$  (4(b)i) usando el primer punto.

5. Astro Boy ha crecido, y ha cambiado su nombre a Astro Void. Para ganarse la vida se dedica a la compraventa de asteroides. Sea  $p \in \mathbb{N}^n$  tal que  $p_i$  es el precio de un asteroide el  $i$ -ésimo día en una secuencia de  $n$  días. Astro Void quiere comprar y vender asteroides durante esos  $n$  días de manera tal de obtener la mayor ganancia neta posible. Debido a las dificultades que existen en el almacenaje y transporte de asteroides, Astro Void comienza sin asteroides, puede comprar a lo sumo un asteroide cada día, y puede vender a lo sumo un asteroide cada día. *El Ente Regulador Asterooidal permite que Astro Void venda un asteroide antes de haberlo comprado; sin embargo, ningún día la cantidad de asteroides vendidos pero no comprados puede exceder a 3, y al final de los  $n$  días todos los asteroides vendidos deben haber sido comprados.* Diseñar un algoritmo eficiente basado en programación dinámica que calcule la máxima ganancia neta que puede obtener Astro Void respetando las restricciones indicadas. Por ejemplo, para los vectores  $p = (2, 2, 2, 1, 2, 1, 1, 1)$ ,  $p = (2, 2, 2, 2, 1, 1, 1, 1)$  y  $p = (2, 7, 1, 8, 2)$ , los resultados deben ser respectivamente 4, 3 y 12. Mostrar que el algoritmo propuesto es correcto y determinar su complejidad (temporal y espacial). Justificar. El mejor algoritmo que conocemos tiene complejidad temporal  $O(n^2)$  y espacial  $O(n)$ , lo cual es necesario para obtener puntaje máximo en este ejercicio. 2 p.

<sup>1</sup>Incluyendo a esta hoja. Entregar esta hoja junto al examen.