Recuperatorio de Imperativo

Algoritmos y Estructuras de Datos I

23 de julio de 2005

Aclaraciones: El parcial NO es a libro abierto. Cualquier decisión de interpretación que se tome debe ser aclarada y justificada. Para aprobar el parcial se requieren al menos 60 puntos. Indicar el número de orden, LU y la cantidad total de hojas entregadas. Entregar cada ejercicio en hojas separadas.

Ejercicio 1. Como parte del programa SETI, se necesita poder traducir a base decimal números expresados en bases arbitrarias (ya que, por ejemplo, en una raza alienígena con 14 dedos y/o tentáculos, probablemente trabajen con números en base 14). Para ello se pide:

i) **[15 pts.]** Resolver el siguiente problema, utilizando únicamente sumas y productos (i.e. asumir que no se cuenta con funciones que permitan hacer potenciaciones).

problema pasarADecimal$(b : \mathbb{Z}, a : [\mathbb{Z}], n : \mathbb{Z}) = res : \mathbb{Z}\{$
  requiere $b \geq 2$;
  requiere $n == |a|$;
  requiere $(\forall x \in a)(0 \leq x < b)$;
  asegura $res = \sum[a_i \cdot b^i \mid i \in [0..n)]$;
$\}$

ii) **[10 pts.]** En la solución del ítem anterior, donde se use un ciclo, dar su pre y poscondiciones, su invariante y su expresión variante. Si bien deben ser apropiados para probar la correctitud de la función utilizando el Teorema del Invariante, no se pide dar las demostraciones.

Ejercicio 2. [30 pts.] Como parte de un estudio geológico se representa un corte longitudinal de cierto terreno utilizando segmentos transversales de los cuales interesa su altura media con respecto al nivel del mar. Por ejemplo, el corte representado con la lista [500, 510, 520, 530, 530, 530, 530, 0, 0] denota una región donde la altura del terreno va subiendo de los 500 metros a los 530 metros, se estabiliza y finalmente termina en un acantilado (con vista al mar).

Para completar el estudio, se necesita contar con una solución al siguiente problema, que se pide resolver.

problema llanuraMasLarga$(a : [\text{Float}], n : \mathbb{Z}) = res : \mathbb{Z}\{$
  requiere $n == |a|$;
  asegura $res == |mayoresLlanuras(a)_0|$;
$\}$

aux $llanuras(l : [\text{Float}]) : [[\text{Float}]] = [l[i..j] \mid i \in [0..|a|), j \in [i..|a|), (\forall x \in l[i..j])x == l_i]$

aux $mayoresLlanuras(l : [\text{Float}]) : [[\text{Float}]] = [m \mid m \in llanuras(l), (\forall t \in llanuras(l))\, |m| \geq |t|]$

Sigue del otro lado ↻

Ejercicio 3. Considere el siguiente problema y su correspondiente solución.

problema mezclaOrdenada$(a, b, c : [\mathbb{Z}], n : \mathbb{Z})\{$
  modifica c;
  requiere $n == |a| == |b|$;
  requiere $n == 2 \cdot |c|$;
  requiere $ordenado(a) \land ordenado(b)$;
  asegura mismos$(c, a{+}{+}b)$;
  asegura $ordenado(c)$;
$\}$

aux $ordenado(l : [\text{Char}]) : \text{Bool} = (\forall i \in [0..|l| - 1)) l_i \leq l_{i+1}$

```
void mezclaOrdenada(const int a[], const int b[], int c[], int n) {
  int i = 0; int j = 0;
    // estado antesC;
    // vale i == 0 ∧ j == 0;
  while ( i < n || j < n ) {
    // invariante 0 ≤ i, j ≤ n ∧ mismos(c[0..i + j), a[0..i)++b[0..j)) ∧ ordenado(c[0..i + j));
    // variante ...;
    if ( i < n && (j == n || a[i] <= b[j]) ) {
            c[i+j] = a[i];
            i = i + 1;
    } else {
            c[i+j] = b[j];
            j = j + 1;
    }
  }
}
```

Se pide:

I) **[25 pts.]** Mostrar que es posible reestablecer el invariante:
`/* vale` $I \land B$`; */ cuerpo /* vale` I`; */`

II) Proponer una expresión variante v y una cota c y probar que:

  a) **[10 pts.]** La expresión variante está acotada: $I \land v \leq c \rightarrow \neg B$

  b) **[10 pts.]** La expresión variante es monótona decreciente en el cuerpo del ciclo:
  `/* estado` $c1$`; vale` $I \land B$`; */ cuerpo /* vale` $v < v@c1$`; */`

Empieza del otro lado ↻