

## TEMA 2

1	2	3	4	Calificación

APELLIDO Y NOMBRE:

CARRERA:

NO. DE LIBRETA:

TURNO DE PRÁCTICA:

### Álgebra I

Segundo Cuatrimestre 2022 - Primer Parcial - 15/10/22

1. Sean  $X = \{n \in \mathbb{N} : n \leq 200\}$  e  $Y = \{n \in \mathbb{N} : n \leq 100\}$ .  
En  $\mathcal{P}(X)$  se define la relación  $\mathcal{R}$  de la forma:

$$A \mathcal{R} B \iff B - A \subseteq Y.$$

- a) Determinar si  $\mathcal{R}$  es una relación reflexiva, simétrica, antisimétrica y/o transitiva.  
b) Sea  $B = \{n \in X : n \text{ es par}\}$ . ¿Cuántos conjuntos  $A \in \mathcal{P}(X)$  satisfacen simultáneamente  $A \mathcal{R} B$  y  $\#(A \cap B) = 80$ ?
2. Conjeturar una fórmula para el término general de la sucesión  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}_0}$  definida a continuación y probar su validez.

$$a_0 = 3 \quad \text{y} \quad a_n = \begin{cases} 2a_{n-1} & \text{si } n \text{ impar} \\ \frac{1}{3}a_{n/2}^2 & \text{si } n \text{ par} \end{cases}, \quad \forall n \geq 1.$$

3. Probar que  $6^{2n} - 35n - 1$  es divisible por 245 para todo  $n \in \mathbb{N}$ .
4. Sean  $a, b \in \mathbb{Z}$  tales que  $(a : b) = 7$ . Calcular los posibles valores de  $(15a^2 - 9b + 27 : 189)$  y dar un ejemplo de  $a$  y  $b$  para cada caso.

*Complete esta hoja con sus datos y entréguela con el resto del examen.  
Justifique todas sus respuestas, no omita detalles y sea claro al escribir.*