

Segundo parcial de Lógica y Computabilidad, 13-07-2010

B Ejercicio 1 Sean ϕ, β enunciados de un lenguaje de primer orden, y sea x una variable. Probar que el siguiente enunciado es universalmente válido:

$$(\forall x(\phi \rightarrow \beta) \rightarrow (\forall x\phi \rightarrow \forall x\beta))$$

B Ejercicio 2 Sean $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}, g : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ funciones de una variable tales que $g(n) = f^3(n) + f(n) + 1$ para todo $n \in \mathbb{N}$. Probar que si g es recursiva primitiva, entonces f es recursiva primitiva.

B Ejercicio 3 Sea $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ una función computable. Probar que la función $g : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ definida por $g(n) = f(1) * f(2) * \dots * f(n) \forall n \in \mathbb{N}$ es computable, donde $*$ denota la concatenación de números naturales. (Ej: $123 * 405 = 123405$).

B Ejercicio 4 Dar un ejemplo de un subconjunto B de los números naturales que son pares tal que B no sea recursivo.

B Ejercicio 5 Sea $B = \{x \in \mathbb{N} : \psi_x \text{ es total}\}$. Probar que B^c no es recursivamente enumerable.

NOTA: No escribir con lápiz

Aprobado: 10 (diez) !!