Análisis I - Análisis Matemático I - Matemática I - Análisis II (C)

1er. cuatrimestre 2020

Simulacro del Primer Parcial - 01/06/2020

Justifique todas sus respuestas.

Entregue todas las hojas escaneadas y en orden.

1. Considerar la superficie S de $\mathbb{R}^3$ definida por la ecuación

$$z = 4 - x^2 - y^2.$$

(a) Hacer esquemas de las trazas (horizontales y verticales) de S y utilizarlos para hacer un gráfico aproximado. Describir geométricamente la superficie.

(b) Hallar la curva intersección de S con el plano $z = 2$ y dar una función $r\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}^3$ cuya imagen describa dicha curva.

(c) Hallar la ecuación de la recta tangente a la curva descripta por r en el punto $P = (\sqrt{2}, 0, 2)$.

2. Sea

$$f(x,y) = \frac{y^3 \sin\left(\frac{1}{x^2+y^2}\right)}{x^2+y^2}.$$

(a) Hallar el dominio de f.

(b) Determinar si se puede definir f de forma continua en el punto $(0,0)$.

3. Sea $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ dada por

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{xy\ \sin(xy)}{x^2+y^2} & \text{si} \quad (x,y) \neq (0,0) \\ \\ 0 & \text{si} \quad (x,y) = (0,0) \end{cases},$$

Analizar la diferenciabilidad de f en cada punto de $\mathbb{R}^2$.

4. Sean $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definida por $f(x,y) = x^2 - xy$ y $g\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ diferenciable tal que $g(s,t) = (x(s,t), y(s,t))$, $g(1,2) = (1,1)$,

$$\frac{\partial x}{\partial s}(1,2) = 5, \qquad \frac{\partial x}{\partial t}(1,2) = 2$$

y

$$\frac{\partial y}{\partial s}(1,2) = -1, \qquad \frac{\partial y}{\partial t}(1,2) = 3.$$

Sea $h\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, $h = f \circ g$.

(a) Hallar $\dfrac{\partial h}{\partial s}(1,2)$ y $\dfrac{\partial h}{\partial t}(1,2)$.

(b) Hallar $\dfrac{\partial h}{\partial v}(1,2)$ para $v = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$.