

1	2	3	4	5

CALIF.

APELLIDO Y NOMBRE:

LIBRETA:

TURNO:

8 a 13

14 a 17

20 a 22

TEMA 1

Algebra I - 2do Cuatrimestre 2010
1° Parcial (16/10/2010)

1. Sea $X = \{1, 2, \dots, 91, 92\} = \{x \in \mathbb{N} : x \leq 92\}$. Se define en X la relación

$$x \mathfrak{R} y \iff x^2 + 93y = y^2 + 93x.$$

- Probar que para todo $x \in X$ se tiene que $x \mathfrak{R} (93 - x)$, y probar que \mathfrak{R} es una relación de equivalencia.
- Dado $x \in X$, determinar la clase de equivalencia de x , y deducir la cantidad de clases de equivalencia que hay en total.

2. Probar que para todo $n \in \mathbb{N}$ se tiene:

$$\sum_{i=1}^n i^2 \cdot i! < n \cdot (n+1)!$$

3. Contar todos los anagramas de la palabra COMBINATORIA que satisfacen

- que todas las vocales están juntas y todas las consonantes están juntas;
- que las vocales conservan el orden relativo OIAOIA original.

(Nota: los dos incisos son independientes.)

- Probar que para todo $a \in \mathbb{Z}$ los posibles valores de $(a^2 - 7a + 2 : a - 6)$ son 1, 2 y 4.
- Para cada uno de los valores posibles, $d = 1$, $d = 2$ y $d = 4$, determinar para qué $a \in \mathbb{Z}$ se tiene $(a^2 - 7a + 2 : a - 6) = d$.

5. Determinar todos los $(a, b) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ que satisfacen simultáneamente

$$5a \equiv 3 \pmod{7} \quad \text{y} \quad 4a + 10b = 26.$$

Justifique todas sus respuestas

Complete esta hoja con sus datos y entréguela con el resto del examen