

Álgebra I - Curso de Verano 2018
Recuperatorio del Segundo Parcial (21/03/2018)

1. Hallar **todos** los primos $p \in \mathbb{N}$ para los cuales

$$2p \mid 38^{2p^2-p-1} + 3p + 171.$$

2. Sea $w \in G_{63}$ una raíz 63-ava primitiva de la unidad. Hallar **todos** los $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 6$, que cumplen simultáneamente:

$$\sum_{k=6}^n w^{35k} = 0 \quad \text{y} \quad w^{12n} = w^{15}.$$

3. Hallar **todos** los $n \in \mathbb{N}$ tales que

$$(-\sqrt{3} + i)^n \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i \right)$$

es un número real negativo.

4. Hallar un polinomio $f \in \mathbb{Q}[x]$ de grado mínimo tal que

$$(f : f') = x^5 - 5x^4 + \frac{25}{4}x^3 \quad \text{y} \quad f(1) = 3.$$

5. Factorizar como producto de polinomios irreducibles en $\mathbb{C}[x]$, $\mathbb{R}[x]$ y $\mathbb{Q}[x]$ el polinomio

$$g = 3x^8 - 12x^7 + 24x^5 + 11x^4 + 4x^3 - 8x - 4$$

sabiendo que $1 + \sqrt{3}$ es raíz doble de g .

JUSTIFICAR TODAS LAS RESPUESTAS