UBA – Facultad de Ciencias Exactas y Naturales – Departamento de Computación – Algoritmos y Estructuras de Datos I

Primer parcial – Segundo cuatrimestre de 2022

| 1a | 1b | 2a | 2b | 3a | 3b |
|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | |

**Apellido** ............... **Nombre** ............... 

**LU** ............... **Cant. de hojas entregadas** ...3...

100

JG

El parcial se aprueba con 65 puntos.

**Ejercicio 1. [20 puntos]** Dados los siguientes predicados y programas.

- pred $ordenada(l : seq\langle\mathbb{Z}\rangle)\{|l| > 0 \land (\forall i : \mathbb{Z})(1 \leq i < |l| \longrightarrow_L l[i-1] \leq l[i])\}$
- pred $masChicoAlPrincipio(l : seq\langle\mathbb{Z}\rangle)\{|l| > 0 \land_L (\forall i : \mathbb{Z})(1 \leq i < |l| \longrightarrow_L l[0] \leq l[i]\}$
- pred $unoSolo(l : seq\langle\mathbb{Z}\rangle)\{|l| = 1\}$

```
int programa1(vector<int> v) {
  return v[v.size()-1];
}
```

```
int programa2(vector<int> v) {
  return v[0];
}
```

a) [10 puntos] ¿Cuál es la relación de fuerza entre los predicados? ¿Cuál es el más débil y cuál el más fuerte? Justificar.

b) [5 puntos] ¿Cuál de los predicados dados es la precondición más débil que puede darse para que **programa1** sea correcto si se devuelve un entero $res$ y la postcondición es $(\forall i : \mathbb{Z})(0 \leq i < |l| \longrightarrow_L res \geq l[i])$? Justifique.

c) [5 puntos] ¿Cuál de los predicados dados es la precondición más débil que puede darse para que **programa2** sea correcto si se devuelve un entero $res$ y la postcondición es $(\forall i : \mathbb{Z})(0 \leq i < |l| \longrightarrow_L res \leq l[i])$? Justifique.

**Ejercicio 2. [40 puntos]** Se llama *tripla pitagórica* a tres números enteros $a$, $b$, y $c$ que satisfacen la ecuación del teorema de Pitágoras ($a^2 + b^2 = c^2$). Especificaremos estas triplas como tuplas de 3 elementos tales que $t_0 \leq t_1 \leq t_2$. Por ejemplo, (9, 12, 15) y (12,16,20) son triplas pitagóricas. La tupla $t = (12, 9, 15)$ no lo es porque $t_1 < t_0$.

a) [10 puntos] Especificar el predicado esTriplaPitagorica($t : \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$) que indica si $t$ cumple las propiedades necesarias para ser una tripla pitagórica.

b) [30 puntos] Especificar el problema armarTriplasPitagoricas(in s: $seq\langle\mathbb{Z}\rangle$, out res: $seq\langle\mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}\rangle$), que dada una secuencia de enteros $s$ devuelve una secuencia que contiene todas las triplas pitagóricas contenidas en $s$. Por ejemplo, dada $s = <4, 4, 5, 3, 1>$ debería devolver $<(3, 4, 5)>$, y dado $s = <20, 16, 7, 12, 9, 15, 8>$ se podría devolver $<(12, 16, 20), (9, 12, 15)>$. Notar que los elementos de la secuencia original pueden estar en más de una tripla pitagórica.

**Ejercicio 3. [40 puntos]** El señor X tiene un local en el que vende productos que compra a un mayorista agregando un margen de ganancia. Por ejemplo, puede comprar cierto producto a \$40 y venderlo a \$50, ganando \$10. El mayorista le pasa la lista de precios y el señor X arma otro listado en el cual registra a qué precio puede vender cada producto. Por ejemplo, la secuencia $<(10, 11), (10, 12), (15, 17)>$ indica que puede conseguir 2 productos a \$10, y puede vender uno de ellos a \$11 y el otro a \$12. Además, hay otro producto que puede comprar a \$15 y vender a \$17.

a) [10 puntos] Escribir un predicado que dada una lista $s$ de productos con sus precios de compra y venta, y un presupuesto $p$ indique si es posible comprar en el mayorista todos los productos de la lista. Por ejemplo, dados $s = <(10, 11), (10, 12), (15, 17)>$ y $p = 38$, el predicado es verdadero. Pero dados $s = <(10, 11), (10, 12), (15, 17)>$ y $p = 21$ el predicado es falso.

b) [30 puntos] Especificar un problema que dado un presupuesto y una lista de precios de compra y venta de productos que generan ganancia, indique cuál es la mayor ganancia que podría obtener el señor X. Por ejemplo, dados $p = 22$ y $s = <(10, 11), (10, 12), (17, 19)>$ la mayor ganancia que puede obtener es 3 (comprando los primeros 2 productos), pero si el presupuesto fuera 18, la mayor ganancia sería 2 (comprando el segundo o el último). Y si el presupuesto fuera 27 la mayor gancia sería 4 (comprando los dos últimos).

(Hoja 1)

1) A) La relación de fuerza entre predicados es:

$$\text{unoSolo}(l) \Longrightarrow \text{ordenado}(l) \Longrightarrow \text{masChicoAlPrincipio}(l)$$
(más fuerte) (más débil)

- unoSolo(l) establece que la secuencia está formada por un único elemento. Por lo tanto, el orden para esta secuencia es único (por eso implica a ordenado(l), como tiene un elemento, ya está ordenado) y también el elemento más chico está al principio (pues ya está ordenado y el elemento más chico es el único elemento).
- Que la secuencia esté ordenada implica que el elemento más chico al principio
- Así, decir que una secuencia tiene un único elemento es más fuerte que decir que está ordenada, y a su vez, decir que está ordenada es más fuerte que pedir que el elemento más chico está al principio

B) Si Post$\{(\forall i:\mathbb{Z})(0 \le i < |l| \rightarrow_L res \ge l[i])\}$, como el programa 1 retorna el último elemento del vector, lo mínimo que se debe pedir es que la lista esté ordenada, para que así c/elemento sea más chico que el anterior y por lo tanto el último elemento sea el programa cumple post.

?

No

Entonces, Pre$\{$ordenado(V)$\}$ es precondición más débil.

C) Si Post$\{(\forall i:\mathbb{Z})(0 \le i < |l| \rightarrow res \le l[i])\}$, como el programa 2 retorna el primer elemento del vector, lo mínimo que se debe pedir es que el elemento más chico esté al principio, para que así c/elemento sea más grande que V[0], sin importar el orden de los demás y entonces con el primer elemento el programa cumple Post.
Entonces, Pre$\{$masChicoAlPrincipio(V)$\}$ es precondición más débil.

Hoja 2

**2) A)**

pred esTriplaPitagorica $(t: \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \times \mathbb{Z})$ {

$t_0 \leq t_1 \leq t_2 \ \land \ t_0^2 + t_1^2 = t_2^2$ ✓

}

**B)** proc armarTriplasPitagoricas (in $s: seq\langle\mathbb{Z}\rangle$, out $res: seq\langle\mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}\rangle$) {

En todo momento se asume que los elem de s son mayores a 0.

Pre{ $|s| \geq 3 \land$ todoElementoPositivo$(s)$ }

→ No es necesario

Post{ $(\forall t: \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \times \mathbb{Z})(t \in res \rightarrow ($esTriplaPitagorica$(t) \land$ elementosDeTriplaEnS$(t, s))) \land$ noHayElementosRepetidos$(res) \land$ todasLasTriplasPitagoricasContenidas$(res, s)$ }

}

→ Chequea si la secuencia res tiene contenidas todas las triplas posibles de formar a partir de s

pred todasLasTriplasPitagoricasContenidas (res: $seq\langle\mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}\rangle$, s: $seq\langle\mathbb{Z}\rangle$) {

$\neg(\exists t: \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \times \mathbb{Z})(((t_0 \in s \land t_1 \in s \land t_2 \in s) \land$ esTriplaPitagorica$(t)) \land t \notin res)$ ✓

}

OK

→ Chequea si los elementos de las triplas pitagóricas de res son elementos de s.

pred elementosDeTriplaEnS $(t: \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}, s: seq\langle\mathbb{Z}\rangle)$ {

No necesario

$t \in res \rightarrow (t_0 \in s \land t_1 \in s \land t_2 \in s)$ ✓—

No definido (No se recibe como parámetro)

}

→ Chequea si las triplas pitagóricas aparecen solo una vez.

pred noHayElementosRepetidos (res: $seq\langle\mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}\rangle$) {

$(\forall t: \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \times \mathbb{Z})(t \in res \rightarrow \#apariciones(t, res) = 1)$ ✓

}

pred todoElementoPositivo (s: $seq\langle\mathbb{Z}\rangle$) { ✓

$(\forall i: \mathbb{Z})(0 \leq i < |s| \rightarrow_L s[i] > 0)$

}

→ Definir #apariciones

Lo defino como tipo T pues lo utilizo de nuevo en el próximo ejercicio

aux #apariciones (e: T; s: seq⟨T⟩) : $\mathbb{Z}$ =

$$\sum_{i=0}^{|s|-1} \text{If } (s[i] = e) \text{ then } 1 \text{ else } 0 \text{ fi};$$

Escaneado con CamScanner

(Hoja 3)

3) A) pred elPresupuestoAlcanza ($s: seq\langle \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \rangle, p: \mathbb{Z}$){
sumaDePreciosDeCompra$(s) \leq p$ ✓
}

aux sumaDePreciosDeCompra ($s: seq\langle \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \rangle$) $: \mathbb{Z} = \sum_{i=0}^{|s|-1} s[i]_0$ ; ✓

B) proc maximizarGanancia (in $s: seq\langle \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \rangle$, in $p: \mathbb{Z}$, out $g: \mathbb{Z}$){ (ganancia)

Se usan las dos fórmulas del ej anterior

Pre{ secuenciaValida$(s) \land p > 0$} ✓
Post{ $(\exists$ sublista$: seq\langle \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \rangle)($ sePuedeComprar(sublista, s, p)
$\land (\forall x: seq\langle \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \rangle)((x \neq$ sublista $\land$ sePuedeComprar$(x, s, p))$
$\rightarrow_L$ (gananciaPosible$(x) \leq$ gananciaPosible(sublista)) $\land$
$g =$ gananciaPosible(sublista)))}
}

x. ej:
$s = \langle (10,11), (10,11), (12,13) \rangle$
$r = \langle (10,11), (12,13) \rangle$ ó $r = s$
y tomo dos veces (10,11)

pred todoElementoContenidoEnListaOriginal($r, s: seq\langle \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \rangle$){
$(\forall t: \mathbb{Z} \times \mathbb{Z})(t \in r \rightarrow (t \in s \land \#apariciones(t, s) \geq \#apariciones(t, r)))$
}

Excelente!

si hay elementos repetidos en s, podría tomarlos en r menos veces o igual veces, pero nunca más. ✓

aux gananciaPosible ($x: seq\langle \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \rangle$) $: \mathbb{Z} =$
sumaDePreciosDeVenta$(x)$ − sumaDePreciosDeCompra$(x)$ ; ✓

aux sumaDePreciosDeVenta ($s: seq\langle \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \rangle$) $: \mathbb{Z} = \sum_{i=0}^{|s|-1} s[i]_1$ ; ✓

pred secuenciaValida ($s: seq\langle \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \rangle$){
$(\forall i: \mathbb{Z})(0 \leq i < |s| \rightarrow_L 0 < s[i]_0 < s[i]_1)$ ✓
}

pred sePuedeComprar($x, s: seq\langle \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \rangle, p: \mathbb{Z}$){ ✓
todoElementoContenidoEnListaOriginal$(x, s)$ $\land$ elPresupuestoAlcanza$(x, p)$
$\land$ secuenciaValida$(x)$
}

No necesario porque lo pediste en la Pre