Regular

Ap

Completa en esta

1	2	3 2	4	Calificación
24	20	29	23	96

Nº de hojas entregadas: 5

TEMA 1

Probabilidad y Estadística (C)

Segundo Parcial - 05/07/2016

Complete esta hoja y entréguela con el resto del examen. ***Realizar cada ejercicio en hoja separada.*** *Escribir el nombre en cada una. Al retirarse debe firmar una hoja de asistencia.*

[redacted]

Criterio de aprobación: Para aprobar este examen es necesario sumar al menos 60 puntos o tener al menos dos ejercicios bien resueltos.

Recuerde definir con palabras los eventos y/o las variables aleatorias involucradas, nombres y parámetros de las distribuciones. ***Justifique claramente sus afirmaciones.***

1. (*25 puntos*) Tomás espera el 107 todas las mañanas para ir a la facultad. Muchas veces el 107 viene lleno y Tomás no se lo puede tomar. Supongamos que cada colectivo tiene una probabilidad 2/3 de estar lleno independientemente de los demás. Si no se puede subir, Tomás espera otro colectivo, hasta que pase el tercero al que no se pueda subir y en ese caso vuelve a su casa.

a) ($5p$) Calcular la probabilidad de que Tomás logre llegar a la facultad un día cualquiera.

b) ($8p$) Aproximar la probabilidad de que en un cuatrimestre (80 días hábiles) Tomás vaya a la facultad al menos 57 días.

c) ($12p$) Cuando logra llegar a la facultad, Tomás se tiene que quedar a almorzar. Con probabilidad 5/19 pide el menú (que sale \$27) y con probabilidad 14/19 pide una milanesa con ensalada (que sale \$54). Tener en cuenta que si no va a la facultad no gasta plata en almorzar. Indicar un valor de n tal que después de n días hábiles la probabilidad de que el gasto promedio esté entre \$23 y \$43 sea mayor o igual a 0.93. Aclaración: se desea que dicha probabilidad **exacta** (y no la aproximada) sea mayor o igual a 0.93.

2. (*20 puntos*) La cantidad de muertes causadas por accidentes de tránsito en Argentina puede ser descripta con un proceso de Poisson de tasa λ muertes por hora. Se sabe también que la probabilidad de que al cabo de dos horas haya habido exactamente una muerte es igual a 6 veces la probabilidad de que al cabo de dos horas no hayan habido muertes.

a) ($7p$) Sabiendo que al cabo de una hora se observó exactamente una muerte, calcular la probabilidad de que en al cabo de tres horas hayan habido como máximo 3 muertes.

b) ($6p$) Hallar la probabilidad de que la primera muerte haya ocurrido entre la primera y la segunda hora.

c) ($7p$) Supongamos que hay 1/3 de probabilidad de que el alcohol haya tenido que ver con una muerte en un accidente de tránsito. Hallar la probabilidad de que al cabo de la primera hora haya habido exactamente una muerte que tuvo que ver con el alcohol y exactamente una muerte que no tuvo que ver con el alcohol.

3. (*30 puntos*) Sean $X_1, \ldots, X_n$ variables aleatorias i.i.d. con función de densidad

$$f(x,\theta) = \frac{64}{(x-\theta)^5} I_{[\theta+2,+\infty)}(x)$$

donde θ es un parámetro desconocido.

a) (3p) Hallar $\widehat{\theta}_{MO}$ el estimador de θ usando el método de los momentos.

b) (4p) Analizar si $\widehat{\theta}_{MO}$ es consistente, insesgado o asintóticamente insesgado.

c) (5p) Probar que el estimador de máxima verosimilitud de θ está dado por $\widehat{\theta}_{MV} = \min X_i - 2$.

d) (8p) Decidir si $\widehat{\theta}_{MV}$ es consistente.

e) (10p) Construir un intervalo de confianza para θ basado en $\widehat{\theta}_{MV}$ o en $\widehat{\theta}_{MO}$ de nivel $(1-\alpha)100\%$ indicando si el que encontró es asintótico o exacto. Sugerencia: si elige el estimador de máxima verosimilitud, analizar la distribución de $\widehat{\theta}_{MV} - \theta$.

4. (*25 puntos*) Se sabe que el número medio de monocitos en sangre en las personas sanas es de 400 por mm^3. Se quiere determinar si un nuevo tipo de gripe produce una disminución en el número medio de monocitos en sangre (se sabe que dicho número no puede ser aumentado por esta gripe) en las personas enfermas por esta gripe. Se les realiza un hemograma a 30 pacientes con esta enfermedad y se determina el número de monocitos por mm^3 para cada uno de ellos. Se sabe que estos valores tienen una distribución normal con media μ desconocida y varianza σ^2 conocida e igual a 256. El promedio de las mediciones de los 30 pacientes fue 395.

a) i) (9p) Plantear un test adecuado para esta situación, si se quiere que la probabilidad de decidir que el número medio de monocitos se ve disminuido por la gripe cuando esto en realidad es falso (error de tipo I) sea de a lo sumo 0.05. Escribir con cuidado cuáles son las variables involucradas, las hipótesis del test, el estadístico bajo la hipótesis nula y la región de rechazo. ¿Se rechaza la hipótesis nula en este caso?

ii) (4p) Determinar el p-valor para estos datos. Hallar un valor para el nivel del test de modo que la decisión respecto a rechazar o no H_0 sea la contraria respecto a la que tomó en el ítem anterior.

iii) (7p) Calcular la probabilidad de decidir que no hay disminución del número medio de monocitos en sangre para el test planteado en a) cuando en realidad el número medio de monocitos por mm^3 es 397. ¿Cuál debería haber sido el tamaño de muestra si se quiere que dicha probabilidad sea a lo sumo 0.01?

b) (5p) Hallar un intervalo de confianza de nivel exacto 90% para el número medio de monocitos en sangre de las personas enfermas con este nuevo tipo de gripe.

[redacted] 24 | HOJA N° 1/5 FECHA 05.07.16

① $\mathbb{P}$(el colectivo está lleno) $= \frac{2}{3}$

a) Como los colectivos son indep. la proba de que 3 estén llenos es el producto:

$$\left(\frac{2}{3}\right)^3 = \boxed{\frac{8}{27}} = \mathbb{P}(\text{vengan 3 llenos})$$

y se sabe que $\mathbb{P}$(Tomy logre ir a la facultad)

$= \mathbb{P}(\text{no vengan 3 llenos}) = 1 - \mathbb{P}(\text{vengan 3 llenos})$

$= 1 - \frac{8}{27} = \boxed{\frac{19}{27}}$

b) Sea $X \sim Ber(p)$

$$X = \begin{cases} 0 & \text{si Tomy no va a la facultad} \\ 1 & \text{si Tomy va a la facultad} \end{cases} \qquad \begin{cases} \mathbb{E}(X) = p \\ V(X) = p(1-p) \end{cases}$$

Donde $p = \mathbb{P}(X=1) = \frac{19}{27}$

Sea $\sum_{i=1}^{80} X_i$ los días que va a la facultad de 80, donde los X_i son iid $\sim X \sim Ber(p)$. Luego, buscamos $\mathbb{P}\left(\sum_{i=1}^{80} X_i \geq 57\right)$

• $\mathbb{P}\left(\sum_{i=1}^{80} X_i \geq 57\right) = \mathbb{P}\left(\frac{\sum_{i=1}^{80} X_i - 80p}{\sqrt{80p(1-p)}} \geq \frac{57 - 80p}{\sqrt{80p(1-p)}}\right)$ Habría que haber hecho corrección por continuidad

Por el TCL se sabe que

$$\frac{\sum_{i=1}^{n} X_i - n.p}{\sqrt{n\,p(1-p)}} \xrightarrow[n \to \infty]{\mathcal{D}} N(0,1)$$

Luego, si consideramos que 80 es "grande"...

• $\mathbb{P}\left(\sum_{i=1}^{80} X_i \geq 57\right) \cong 1 - \phi\left(\frac{57 - \overbrace{80p}^{56,29}}{\underbrace{\sqrt{80p(1-p)}}_{4,084}}\right) \cong 1 - \phi(0,1723)$

$\cong 1 - 0,5675 = \boxed{0,4325}$

NOTA

c) • $\mathbb{P}$(pide menú de \$27 $| X=1) = \frac{5}{19}$

• $\mathbb{P}$(pide mila y ensalada de \$54 $| X=1) = \frac{14}{19}$

Sea G = gastos de Tomy en un día.

$R(G) = \{0; 27; 54\}$ ✓

▶ $\mathbb{P}(G=0) = \mathbb{P}(\text{no va a la facu}) = \mathbb{P}(X=0) = 1-p = \frac{8}{27}$

▶ $\mathbb{P}(G=27) = \mathbb{P}(X=1 \cap \text{pide menú}) = \mathbb{P}(\text{pide menú} \mid X=1) \cdot \mathbb{P}(X=1) = \frac{5}{19} \cdot \frac{19}{27} = \frac{5}{27}$

▶ $\mathbb{P}(G=54) = \mathbb{P}(X=1 \cap \text{pide mila}) = \mathbb{P}(\text{pide mila} \mid X=1) \cdot \mathbb{P}(X=1) = \frac{14}{19} \cdot \frac{19}{27} = \frac{14}{27}$

Luego puedo calcular:

• $\mathbb{E}(G) = 0 \cdot \frac{8}{27} + 27 \cdot \frac{5}{27} + 54 \cdot \frac{14}{27} = 33$ ✓

• $\mathbb{E}(G^2) = 0 + 27^2 \cdot \frac{5}{27} + 54^2 \cdot \frac{14}{27} = 1647$ ✓

• $V(G) = \mathbb{E}(G^2) - \mathbb{E}(G)^2 = 558$ ✓

Sea $\frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^{n} G_i = \overline{G}_n$ el gasto promedio de "n" días independientes, donde G_i son iid $\sim G$. Por Chevyshev (o como se escriba) se sabe que:

• $\mathbb{P}(|\overline{G}_n - \mathbb{E}(\overline{G}_n)| > \varepsilon) \leq \frac{V(\overline{G}_n)}{\varepsilon^2}$ ✓

Con $\varepsilon = 10$,

$\Rightarrow \mathbb{P}(|\overline{G}_n - 33| > 10) \leq \frac{558}{n \cdot 100} \Leftrightarrow \mathbb{P}(|\overline{G}_n - 33| < 10) > 1 - \frac{558}{n \cdot 100}$

$\geq$ luego con el 1- se da vuelta

Si encuentro un "n" tal que $1 - \frac{558}{n \cdot 100} = 0,93$, encontraré lo que busco, pues $\mathbb{P}(|\overline{G}_n - 33| < 10) = \mathbb{P}(23 < \overline{G}_n < 43)$.

$1 - \frac{558}{n \cdot 100} = 0,93 \Leftrightarrow \frac{558}{n \cdot 100} = 0,07 \Leftrightarrow \boxed{n = 62}$ 79,71

$n \geq 80$?

Si ponés = y no $\geq$ corrés el riesgo de encontrar un número no natural

[redacted] (20) HOJA Nº 2/5
FECHA 05.07.16

② $(M_t)_{t\geq 0}$ proceso de Poisson de muertos en el tránsito a un tiempo t de parámetro λ.

$\mathbb{P}(M_2=1) = 6 \cdot \mathbb{P}(M_2=0)$

Como se sabe que $M_t \sim \mathcal{P}(\lambda . t)$,

$\Rightarrow \mathbb{P}(M_2=1) = \frac{(2\lambda)^1}{1} \cdot e^{-2\lambda} = \mathbb{P}(M_2=0).6 = 6 \cdot \frac{(2\lambda)^0}{0!} \cdot e^{-2\lambda}$

$\Leftrightarrow 2\lambda = 6 \Leftrightarrow \lambda = 3$

a) Busco $\mathbb{P}(M_3 \leq 3 | M_1 = 1)$

- $\mathbb{P}(M_3 \leq 3 | M_1=1) = \mathbb{P}(M_3=0|M_1=1) + \mathbb{P}(M_3=1|M_1=1) + \mathbb{P}(M_3=2|M_1=1) + \mathbb{P}(M_3=3|M_1=1) = 0 + \mathbb{P}(M_2=0) + \mathbb{P}(M_2=1) + \mathbb{P}(M_2=2) = \sum_{K=0}^{2} \mathbb{P}(M_2=K) = \sum_{K=0}^{2} \frac{e^{-6} \cdot 6^K}{K!}$

Pues por propiedades de los procesos de Poisson, $(M_b - M_a) \sim M_{b-a}$

$\Rightarrow \mathbb{P}(M_3 \leq 3 | M_1=1) \cong \boxed{0,06197}$

b) Se sabe que el tiempo entre accidentes fatales es una v.a. $T_i \sim \mathcal{E}(3)$ para cualquier "i" número de accidente, incluyendo el primero. Luego, lo que busco es:

- $\mathbb{P}(T_1 \in [1;2]) = \int_{x=0}^{1} 3 \cdot {}^{-3x} \, dx = -\left[e^{-3x}\right]\Big|_{x=1}^{2} = \boxed{e^{-3} - e^{-6} \cong 0,04730}$

c) $\mathbb{P}$(el alcohol tuvo que ver con el accidente ocurrido) $= \frac{1}{3}$

Estamos en un caso de lo que llamamos "coloreo". Dividimos en dos nuestras ocurrencias de muertes, obteniendo dos procesos de Poisson <u>independientes</u> definidos como:

NOTA

• $(A_t)_{t\geq 0}$ accidentes por causas de alcohol de parámetro $\frac{1}{3}\cdot 3 = 1$

• $(O_t)_{t\geq 0}$ accidentes por otras causas de parámetro $\frac{2}{3}\cdot 3 = 2$

Así definidas, lo que busco es:

• $\mathbb{P}(A_1 = 1 \cap O_1 = 1) = \mathbb{P}(A_1 = 1)\cdot\mathbb{P}(O_1 = 1) = \frac{e^{-1}\cdot 1^1}{1!}\cdot\frac{e^{-2}\cdot 2^1}{1!}$

$= \boxed{2e^{-3} \cong 0{,}0497}$

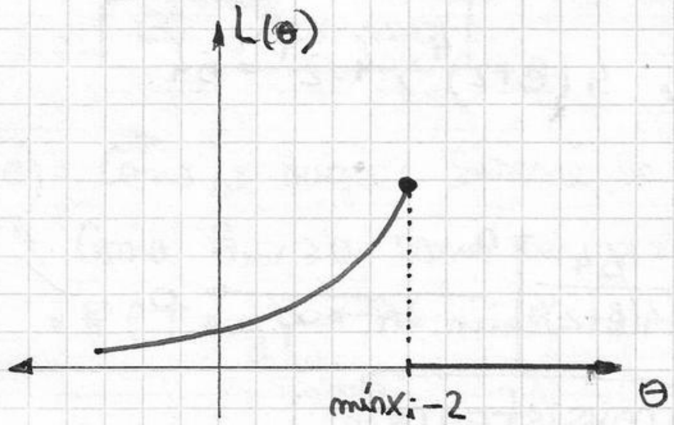
[redacted] 29 HOJA N° 3/5
FECHA 05.07.16

③ $X_1 \dots X_n$ v.a. iid $\sim F(\theta) \sim X$

- $f_X(x) = \dfrac{64}{(x-\theta)^5} \cdot \mathbb{1}_{[\theta+2;+\infty)}(x)$

c) El $\hat{\theta}_{MV}$ será el θ que maximice la probabilidad de $X_1 \dots X_n$. Es decir, el que maximice $L(\theta)$:

- $L(\theta) = \prod_{i=1}^{n} \dfrac{64}{(X_i-\theta)^5} \cdot \mathbb{1}_{[\theta+2;+\infty)}(X_i)$



Notemos que si $\theta > \min X_i - 2$, luego $\exists X_i / \theta > X_i - 2 \iff X_i < \theta + 2$. Así, $f_X(X_i) = 0$ $\Rightarrow L(\theta) = 0$.

Si en cambio $\theta \leq \min X_i - 2$, la función $L(\theta)$ es siempre positiva. Más aún, como el denominador de la productoria disminuye cuando θ crece, $L(\theta)$ crece cuando "θ" crece, de manera estricta. Luego, la función alcanza su máximo en $\theta = \min X_i - 2$, justo antes de valer 0.

$\Rightarrow \boxed{\hat{\theta}_{MV} = \min X_i - 2}$

d) Para ver si es consistente debo ver si $\hat{\theta}_{MV} \xrightarrow[n\to\infty]{P} \theta$ $\iff \mathbb{P}(|\hat{\theta}_{MV} - \theta| > \varepsilon) \xrightarrow[n\to\infty]{} 0$ con un $\varepsilon > 0$.

Calcularé dicha probabilidad. Notemos que como $\forall X_i, X_i \geq \theta + 2$ $\Rightarrow \forall X_i, X_i - 2 \geq \theta$. Particularmente, $\min X_i - 2 = \hat{\theta}_{MV} \geq \theta$. Luego, $|\hat{\theta}_{MV} - \theta| = \hat{\theta}_{MV} - \theta$, porque es positivo.

NOTA

$\Rightarrow \bullet\ \mathbb{P}(|\min X_i - 2 - \theta| > \varepsilon) = \mathbb{P}(\min X_i - 2 - \theta > \varepsilon)$

$= \mathbb{P}(\min X_i > \varepsilon + 2 + \theta)$; y como $X_1 \dots X_n$ son iid,

$\mathbb{P}(\min X_i > \varepsilon + 2 + \theta) = \left[\mathbb{P}(X > \varepsilon + 2 + \theta)\right]^n$.

$$\Rightarrow \mathbb{P}(|\min X_i - 2 - \theta| > \varepsilon) = \left[\mathbb{P}(X_1 > \varepsilon + 2 + \theta)\right]^n$$

$$= \left[\int_{\varepsilon+2+\theta}^{+\infty} \frac{64}{(x-\theta)^5}\,dx\right]^n = \left[64\int_{\varepsilon+2+\theta}^{+\infty} (x-\theta)^{-5}\right]^n = \left[64 \left.\frac{-1}{4(x-\theta)^4}\right|_{\varepsilon+2+\theta}^{+\infty}\right]^n$$

$$= \left[64 \frac{1}{4(\varepsilon+2+\theta-\theta)^4}\right]^n = \left[\frac{64}{4(\varepsilon+2)^4}\right]^n$$

Notemos que como $\varepsilon > 0$, $4(\varepsilon+2)^4 > 4 \cdot 2^4 = 64$.

Luego, $\frac{64}{4(\varepsilon+2)^4} \in (0;1)$.

$$\Rightarrow \mathbb{P}(|\hat{\theta}_{MV} - \theta| > \varepsilon) = \left[\frac{64}{4(\varepsilon+2)^4}\right]^n \xrightarrow[n\to\infty]{} 0$$

$\Leftrightarrow \hat{\theta}_{MV} \xrightarrow[n\to\infty]{P} \theta$ $\boxed{\text{ES CONSISTENTE}}$

a) Como aproximo $\mathbb{E}(x)$ con $\overline{X}_n$, buscaré $\mathbb{E}(x)$.

$\bullet\ \mathbb{E}(x) = \int_{\mathbb{R}} x f_X(x)\,dx = \int_{\theta+2}^{+\infty} \frac{x\,64}{(x-\theta)^5}\,dx$; con $y = x - \theta$; $dy = dx$

$$\Rightarrow \mathbb{E}(x) = 64\int_2^{+\infty} \frac{y+\theta}{y^5}\,dy = 64\int_2^{+\infty}\left(\frac{1}{y^4} + \frac{\theta}{y^5}\right)dy = 64\left.\left[\frac{-1}{3y^3} + \frac{\theta}{-4y^4}\right]\right|_2^{+\infty}$$

$$= 64\left[\frac{1}{3 \cdot 8} + \frac{\theta}{4 \cdot 16}\right] = \frac{8}{3} + \theta$$

$$\Rightarrow \overline{X}_n = \frac{8}{3} + \hat{\theta}_M \Leftrightarrow \boxed{\hat{\theta}_M = \overline{X}_n - \frac{8}{3}}$$

NOTA

[redacted]

b) Es fácil ver que es consistente. Se sabe por la LGN que $\overline{X}_n \xrightarrow[n\to\infty]{P} \mathbb{E}(X)$. Por propiedades de límite en probabilidad: (Tenes que probar que $Var(X_i) < \infty$)

$$\overline{X}_n - \frac{8}{3} = \hat{\theta}_M \xrightarrow[n\to\infty]{P} \mathbb{E}(x) - \frac{8}{3} = \theta \checkmark \quad \boxed{\text{ES CONSISTENTE}}$$

También es fácil ver que es insesgado. Quiero ver que $\mathbb{E}(\hat{\theta}_M) = \theta$.

- $\mathbb{E}(\hat{\theta}_M) = \mathbb{E}\left(\overline{X}_n - \frac{8}{3}\right) = \mathbb{E}(\overline{X}_n) - \frac{8}{3} = \mathbb{E}(x) - \frac{8}{3} = \frac{8}{3} + \theta - \frac{8}{3} = \theta$

$\boxed{\text{ES INSESGADO}}$

e) Como se sugiere, buscaré la distribución de $T = \hat{\theta}_{MV} - \theta$.

Como $\hat{\theta}_{MV} \geq \theta$, tomo un $y \geq 0$:

RAZONAMIENTO ANÁLOGO AL HECHO ANTES

- $\mathbb{P}(T < y) = \mathbb{P}(\min x_i - 2 - \theta < y) = 1 - \left[\mathbb{P}(x > y + 2 + \theta)\right]^n$

$$= 1 - \left[\int_{y+2+\theta}^{+\infty} \frac{64}{(x-\theta)^5}\,dx\right]^n = 1 - 64^n \left[\frac{(x-\theta)^{-4}}{-4}\Bigg|_{y+2+\theta}^{+\infty}\right]^n$$

$$= 1 - 64^n \left[\frac{(y+2)^{-4}}{4}\right]^n = 1 - \frac{16^n}{(y+2)^{4n}}$$

Lo que busco es un "$a(x_1 \dots x_n)$" y "$b(x_1 \dots x_n)$" tal que:

$\mathbb{P}(a(x_1 \dots x_n) < \theta < b(x_1 \dots x_n)) = 1 - \alpha$.

Puedo hallar "a" y "b" tal que:

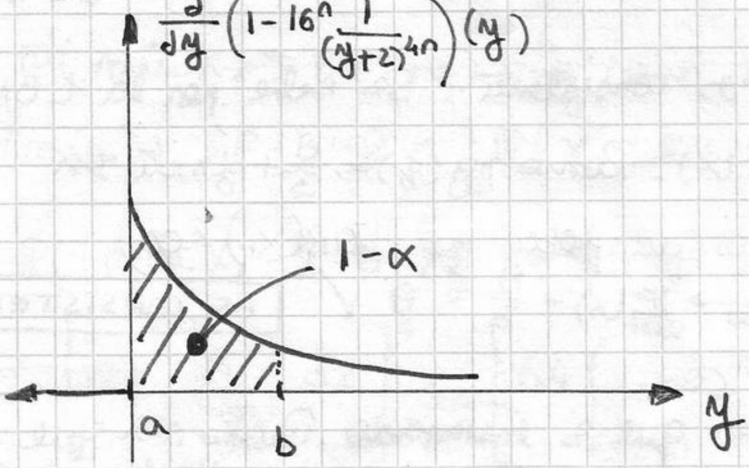
- $\mathbb{P}(a < T < b) = 1 - \alpha = \mathbb{P}(a < \hat{\theta}_{MV} - \theta < b)$

$= \mathbb{P}(-b + \hat{\theta}_{MV} < \theta < -a + \hat{\theta}_{MV})$

Este será mi intervalo de confianza de nivel $1-\alpha$ exacto.

NOTA

Sé que la densidad de T tiene una forma como:



Para minimizar el intervalo $(a;b)$, y para fijar un valor, tomaré $a=0$. Luego b se moverá para encerrar área $1-\alpha$.

- $\mathbb{P}(a<T<b) = \mathbb{P}(0<T<b) = 1-\alpha = 1-\frac{16^n}{(b+2)^{4n}}$

$\Leftrightarrow \quad b = \sqrt[4n]{\frac{16^n}{\alpha}} - 2 = \frac{2}{\sqrt[4n]{\alpha}} - 2$

$\Rightarrow$ El intervalo de confianza de nivel exacto $1-\alpha$ es:

$$\boxed{\begin{array}{l}IC(x_1 \dots x_n) \\ \text{para } \theta\end{array} = \left(\min x_i - 2 - \left(\frac{2}{\sqrt[4n]{\alpha}} - 2\right);\ \min x_i - 2\right)}$$

Muy bien!

NOTA

[redacted]

23

HOJA N° 5/5

FECHA 05.07.16

④ $X_1 \dots X_n \sim N(\mu, \sigma^2 = 256)$ como se definen los X_i? ...

Con $n=30$, se registró $\overline{X}_n = 395$

a) i) • $\mathbb{P}$(decidir que disminuye μ | no disminuye μ) = 0,05
= $\mathbb{P}$(rechazar Ho | Ho es verdadera) = $\mathbb{P}$(error tipo I).

$\Rightarrow$ • Ho : no disminuye μ : $\mu = 400$
• H_1: disminuye μ : $\mu < 400$

Usaré el estadístico $\boxed{T = \sqrt{n}\,\dfrac{\overline{X}_n - 400}{\sqrt{256}}}$

Bajo Ho, $\mu = 400 \Rightarrow T \sim N(0,1)$

La región de rechazo tendrá la forma $RR = (-\infty; z)$.

Quiero que: z

$\mathbb{P}_{\mu=400}(T < z) = 0{,}05 \Rightarrow \phi(z) = 0{,}05 \Rightarrow z = -1{,}645$

$\Rightarrow \boxed{RR = (-\infty; -1{,}645)}$

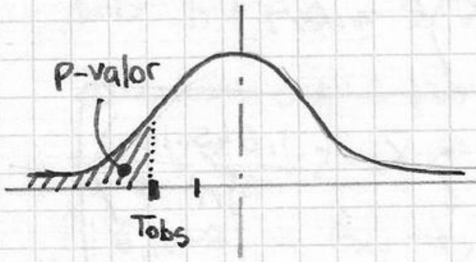
En este caso, $T_{obs} = \sqrt{30}\,\dfrac{395 - 400}{\sqrt{256}} \cong -1{,}711$

Como $T_{obs} \in RR$, se rechaza Ho.

ii) Busco el mínimo "α" (donde $1-\alpha$ es el nivel del test) tal que se rechace Ho. Es decir, el "α" tal que Tobs pertenezca a la frontera de RR

$\Rightarrow$ p-valor $= \phi(T_{obs}) = 1 - \phi(-T_{obs})$

$= 1 - 0{,}9564 = \boxed{0{,}0436}$



Con un "α" menor al p-valor se acepta Ho. Por ejemplo $\alpha = 0{,}01 \Rightarrow \boxed{\text{nivel} = 0{,}99}$

NOTA

iii) Busco entonces $\mathbb{P}_{\mu=397}(T > -1,645)$

$$= \mathbb{P}_{\mu=397}\left(\sqrt{n}\,\frac{\overline{X}_n - 400}{16} > -1,645\right) \quad (*)$$

$$= \mathbb{P}_{\mu=397}\left(\sqrt{n}\,\frac{\overline{X}_n - 397}{16} > -1,645 + \frac{\sqrt{n}\,3}{16}\right)$$

Con $n=30$

$$\mathbb{P}_{\mu=397}\left(\sqrt{30}\,\frac{\overline{X}_{30} - 397}{16} > -1,645 + \frac{\sqrt{30}\,3}{16}\right) = 1 - \phi\left(-1,645 + \frac{\sqrt{30}.3}{16}\right)$$

$$\cong 1 - \phi(-0,618) = \phi(0,618) \cong \boxed{0,7324}$$

(*) Lo que hice fue normalizar mi variable T, sabiendo que la media de $\overline{X}_n$ es 397, y así poder usar la Tabla de $N(0,1)$

O'k

Ahora quiero un "n" / $\mathbb{P}_{\mu=397}(T > -1,645) \leq 0,01$

$$\Leftrightarrow 1 - \phi\left(-1,645 + \frac{\sqrt{n}\,.3}{16}\right) \leq 0,01$$

$$\Leftrightarrow -1,645 + \frac{\sqrt{n}\,.3}{16} \geq 2,33 \Leftrightarrow \sqrt{n}\,.3 \geq 63,6 \Leftrightarrow n \geq 449,44$$

$$\Rightarrow \boxed{n \geq 450}$$

b) Sé que $Z = \sqrt{n}\,\frac{\overline{X}_n - \mu}{16} \sim N(0,1)$; donde μ es la media desconocida

$\Rightarrow \mathbb{P}(-z_{0,95} < Z < z_{0,95}) = 0,9$; donde $\phi(z_{0,95}) = 0,95 \Rightarrow z_{0,95} = 1,645$

$$\Rightarrow \mathbb{P}(-1,645 < Z < 1,645) = \mathbb{P}\left(\frac{-1,645.16}{\sqrt{n}} - \overline{X}_n < -\mu < \frac{1,645.16}{\sqrt{n}} - \overline{X}_n\right)$$

$$= \mathbb{P}\left(\overline{X}_n - \frac{1,645.16}{\sqrt{n}} < \mu < \overline{X}_n + \frac{1,645.16}{\sqrt{n}}\right) = 0,9$$

$$\Rightarrow \boxed{\underset{\text{para } \mu}{IC(X_1 \ldots X_n)} = \left(\overline{X}_n - \frac{1,645.16}{\sqrt{n}}\;;\;\overline{X}_n + \frac{1,645.16}{\sqrt{n}}\right)}$$

NOTA

y cómo quedaría para $\overline{X}_n = 395$ y $n = 30$

Son datos!!