[redacted]

1	2	3	4	Calificación
B⁻	R⁻	B	B⁻	8 (ocho)

ack

Apellido y Nombre: [redacted] No. de libreta: [redacted]

Análisis I - Análisis Matemático I - Matemática I - Análisis II (C)

Vearano 2020 - Primer parcial - 18/02/2020

---

1. Sea $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$ definida por

$$f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{\sin(x^2+y^2)}{x^2+y^2}+\dfrac{a\ln((x^2+y^2)^2+1)}{x^4+y^4+(y-x)^2} & \text{si } (x,y)\neq(0,0)\\ 1 & \text{si } (x,y)=(0,0)\end{cases}$$

Determinar todos los valores de $a\in\mathbb{R}$ para que f resulte continua **en todo** $\mathbb{R}^2$.

Sugerencia: Probar y utilizar que $\lim\limits_{t\to 0}\dfrac{\ln(t+1)}{t}=1$.

2. Sea $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$ definida por

$$f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{x^2|x^2-(y-1)^2|+6x^3+3x(y-1)^2}{2x^2+(y-1)^2} & \text{si } (x,y)\neq(0,1)\\ 0 & \text{si } (x,y)=(0,1)\end{cases}$$

Analizar la diferenciabilidad de f en $(0,1)$.

3. Dos carneros se mueven por un terreno escarpado cuya altura está dada por la función

$$f(x,y)=x\cdot\cos\left(xy\frac{\pi}{3}\right)-y+2.$$

Ambos carneros comienzan a moverse desde el punto $(-3,1,f(-3,1))$.

a) Sabiendo que el primer carnero está bajando por la línea de descenso más empinada, encontrar la dirección en la que se mueve el carnero desde el punto $(-3,1,f(-3,1))$.

b) Si el segundo carnero se mueve por el terreno siguiendo la trayectoria $(\sigma(t),f(\sigma(t)))$ con $\sigma(t)=(-3t^2,t^3)$ y $t\geq 1$. Determinar si la dirección en la que se mueve desde el punto $(-3,1,f(-3,1))$ es una dirección de crecimiento, decrecimiento o constante.

4. Sea $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$ una función de clase C^2 tal que su polinomio de Taylor de orden 2 en $(1,0)$ es

$$P_f(x,y)=xy-y+y^2.$$

Sea $h:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ una función de clase C^2 tal que su polinomio de Taylor de orden 2 centrado en 1 es

$$P_h(x)=2-(x-1)+4(x-1)^2.$$

Si definimos $g:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$ dada por $g(x,y)=h(x)f(x,y^2-1)$, hallar el polinomio de Taylor de orden 2 de g centrado en $(1,-1)$.

---

*Justifique **todas** sus respuestas, no omita detalles y sea claro al escribir.*

Complete esta hoja con sus datos y entréguela con el resto del examen.

1) $f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, $a \in \mathbb{R}$ llamo $g(x,y)$ a

$$f(x,y) = \begin{cases} \underbrace{\dfrac{\sin(x^2+y^2)}{x^2+y^2} + \dfrac{a \cdot \ln\left((x^2+y^2)^2+1\right)}{x^4+y^4+(y-x)^2}} & \text{si } (x,y) \neq (0,0) \\ 1 & \text{si } (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

Sugerencia:

$$\lim_{t \to 0} \frac{\ln(t+1)}{t} = 1$$

Prueba:

$$\lim_{t \to 0} \frac{\ln(t+1)}{t} \overset{\text{L'Hopital.}}{=} \lim_{t \to 0} \frac{\frac{1}{t+1}}{1} = 1 \quad \checkmark$$

Quiero:

$$\lim_{(x,y) \to (0,0)} g(x,y) \overset{\text{quiero}}{=} 1$$

CA:

$$\lim_{(x,y) \to (0,0)} a \cdot \underbrace{\ln\left((x^2+y^2)^2+1\right) \cdot \frac{(x^2+y^2)^2}{(x^2+y^2)^2}}_{\to 1} = \lim_{(x,y) \to (0,0)} a \cdot (x^2+y^2)^2$$

ni el otro límite existe

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{\sin(x^2+y^2)}{(x^2+y^2)} + \underbrace{\frac{a\cdot \ln((x^2+y^2)^2+1)}{(x^2+y^2)^2}}_{\xrightarrow[(x,y)\to(0,0)]{} 1\cdot a} \cdot \frac{(x^2+y^2)^2}{(x^4+y^4+(y-x)^2)} =$$

$$= \lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{\sin(x^2+y^2)}{(x^2+y^2)} + a\cdot\frac{(x^2+y^2)^2}{(x^4+y^4+(y-x)^2)} = (\Delta)$$

CA:
sé que:

$$\lim_{t\to 0} \frac{\sin t}{t} \overset{L'H}{=} \lim_{t\to 0} \frac{\cos t}{1} = 1 \checkmark$$

$$(\Delta) = \lim_{(x,y)\to(0,0)} 1 + \underbrace{a\cdot\frac{(x^2+y^2)^2}{(x^4+y^4+(y-x)^2)}}_{\text{quiero que ésto sea = a cero.}} \overset{\text{quiero}}{=} 1$$

~~Acoto~~

$\cancel{|a(x^2+y^2)^2}$

~~Pero si acoto puedo perder valores de a.~~

- Me gustaría acotar el denominador

Pero noto que para $y=x$

$$\frac{(x^2+y^2)^2}{(x^4+y^4+(y-x)^2)} \overset{y=x}{\rightsquigarrow} \frac{4x^4}{2x^4} = 2 \neq 0$$

$\Rightarrow$ Si el límite no es cero, el único a posible es $\boxed{a=0}$

¡! Falta ver si es continua en $\mathbb{R}^2-\{(0,0)\}$

2).

$f: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x^2|x^2-(y-1)^2| + 6x^3 + 3x(y-1)^2}{2x^2+(y-1)^2} & \text{si } (x,y) \neq (0,1) \\ 0 & \text{si } (x,y) = (0,1) \end{cases}$$

- $f(0,1) = 0$

- $$\frac{\partial f}{\partial x}(0,1) = \lim_{t\to 0} \frac{f(t,1) - \overbrace{f(0,1)}^{=0}}{t} = \lim_{t \to 0} \frac{1}{t} \cdot \frac{t^2|t^2-0| + 6t^3 + 0}{2t^2 + \cancel{(1-1)^2}}$$

$$= \lim_{t\to 0} \frac{\overbrace{t^2 \cdot |t^2|}^{=t^4} + 6t^3}{2t^3} = \lim_{t \to 0} \frac{t^4 + 6t^3}{2t^3}$$

$$= \lim_{t \to 0} \frac{2t^3}{2t^3}\left(\frac{1}{2}t + 3\right) = \lim_{t\to 0} \frac{1}{2}t + 3 = 3 \quad \frac{\partial f}{\partial x}(0,1)$$

- $$\frac{\partial f}{\partial y}(0,1) = \lim_{t \to 0} \frac{f(0,t+1) - f(0,1)}{t} = \lim_{t\to 0} \frac{1}{t} \cdot \frac{0}{t^2} = 0 \quad \frac{\partial f}{\partial y}(0,1)$$

Armo candidato a plano tangente:

$$\Pi_t: z = 0 + 3(x-0) + 0(y-1)$$

$$z = 3x$$

Verifico que sea diferenciable en $(0,1)$

quiero que sea = a cero

$$\lim_{(x,y)\to(0,1)} \frac{f(x,y) - \Pi_t}{\|(x, y-1)\|} \stackrel{\downarrow}{=} \lim_{(x,y)\to(0,1)} \frac{x^2|x^2-(y-1)^2| + 6x^3 + 3x(y-1)^2 - 3x}{\|(x,y-1)\|\left(2x^2+(y-1)^2\right)}$$

Cuento normas: el numerador es de orden 4, el denominador de orden 3 } Así escrito tiene términos de orden 3. Sospecho que el límite es cero.

Pero! es una suma de distintos grados!

Acoto

mal hecha la distributiva (*)

$$0 \le \left| \frac{x^2|x^2-(y-1)^2| + 6x^3+3x(y-1)^2 - 3x}{\|(x,y-1)\| \underbrace{\left(2x^2+(y-1)^2\right)}_{2x^2 \ge x^2}} \right| \le \frac{|x^2|x^2-(y-1)^2| + 6x^3+3x(y-1)^2-3x|}{\|(x,y-1)\|^3}$$

Mal! acoté de más.

desig triang

$$\cancel{\le \frac{|x^2|x^2-(y-1)^2|| + |6x^3| + |3x(y-1)^2| + |3x|}{\|(x,y-1)\|^3} \le}$$

$$\cancel{\le \frac{|x^4| + |x^2 \cdot (y-1)^2| + |6x^3| + |3x(y-1)^2| + |3x|}{\|(x,y-1)\|^3} \le}$$

$$\cancel{\le \|(x,y-1)\|^4 + \|(x,y-1)\|^4 + 6\|(x,y-1)\|^3 + 3\|(x,y-1)\|^3 + 3\|x,y-1\|}$$

No supe cómo acotar, y por varias curvas no encontré otro lim.

y se cancelaban!

(*) $$\frac{x^2|x^2-(y-1)^2| + 6x^3+3x(y-1)^2}{2x^2+(y-1)^2} - 3x = \frac{x^2|x^2-(y-1)^2| \cancel{+6x^3+3x(y-1)^2-3x(2x^2+(y-1)^2)}}{2x^2+(y-1)^2}$$

3)

$$f(x,y) = x \cdot \cos\left(x \cdot y \cdot \frac{\pi}{3}\right) - y + 2$$

Comienzan en

$$\vec{p} = \left(-3, 1, f(-3,1)\right)$$

a) Carnero uno baja por sentido contrario al gradiante de $f(x,y)$ en $\vec{p}$.

$$f(-3,1) = 4$$

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = 1 \cdot \cos\left(x \cdot y \cdot \frac{\pi}{3}\right) + x\left(-sen\left(x \cdot y \cdot \frac{\pi}{3}\right) \cdot y \cdot \frac{\pi}{3}\right) \checkmark$$

$$\frac{\partial f}{\partial x}(x,y) = \underbrace{\cos\left(x \cdot y \cdot \frac{\pi}{3}\right)}_{|_{(-3,1)} \ -1} - \underbrace{x \cdot y \cdot \frac{\pi}{3} \cdot sen\left(x \cdot y \cdot \frac{\pi}{3}\right)}_{|_{(-3,1)} \ =0}$$

$$\frac{\partial f}{\partial x}(-3,1) = -1$$

$$\frac{\partial f}{\partial y}(-3,1) = -x \cdot \underbrace{\sin\left(x \cdot y \cdot \frac{\pi}{3}\right)}_{|_{(-3,1)} \ =0} \cdot x \cdot \frac{\pi}{3} - 1 \checkmark$$

$$\frac{\partial f}{\partial y}(-3,1) = -1$$

$\nabla f_{(-3,1)} = (-1, -1)$ ← la cuál sabemos es la dirección de mayor crecimiento de $f(x,y)$

∴ el carnero se mueve en la dirección $\vec{v} = \dfrac{-\nabla f_{(-3,1)}}{\|\nabla f_{(-3,1)}\|} =$ sigo ↓

$$v = \frac{-(-1,-1)}{\sqrt{2}} = \boxed{\left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right)}$$

Desde el punto

$\vec{p} = (-3, 1, f(-3,1))$ B

el cordero se mueve en la dirección:

$$v = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$$

trayectoria:

b) $(\sigma(t), f(\sigma(t)))$

donde:

$\sigma(t) = (-3t^2, t^3)$, con $t \geq 1$

$f(\sigma(t)) = f(-3t^2, t^3)$

Sé que ~~(el gradiente)~~ la derivada de una curva da la "velocidad de trayectoria" en el punto $\vec{p} = (-3, 1, f(-3,1))$ (donde está parado)

$\sigma'(t) = (-6t, 3t^2)$

~~y que el gradiente de f en el punto~~

Para que el 2° cordero esté en $\vec{p}$,

$$\sigma(t) \overset{\text{debe ser}}{=} (-3,1) = (-3t^2, t^3) \iff \begin{cases} -3t^2 = -3 \\ t^3 = 1 \end{cases}$$

$\iff t = 1$ ✓

Sé que con $t = 1$, el 2° carnero está en $\vec{P}$.

Sabía que la $\vec{V}$ de trayectoria está dada por

$$\sigma'(t) = (-6t, 3t^2)$$

Para el punto de inicio $t = 1$.

$$\sigma'(1) = (-6, 3)$$

Que es la dirección en la que se mueve, sin normalizar

$$v_2 = \frac{(-6, 3)}{\sqrt{45}} = \left(\frac{-6}{3\sqrt{5}}, \frac{3}{3\sqrt{5}}\right) = \left(-\frac{2}{\sqrt{5}}, \frac{1}{\sqrt{5}}\right)$$

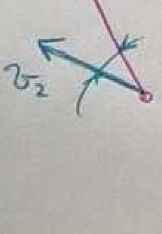
↑ dirección del 2° carnero

$$v_2 = \left(-\frac{2}{\sqrt{5}}, \frac{1}{\sqrt{5}}\right)$$

Calculo el ángulo entre ∇f y v_2 (ambos normalizados)

$$\left\langle \frac{\nabla f}{\|\nabla f\|}(-3,1), v_2 \right\rangle = \left\langle \frac{(-1,-1)}{\sqrt{2}} ; \left(-\frac{2}{\sqrt{5}}, \frac{1}{\sqrt{5}}\right) \right\rangle \quad ✓$$

$$= \frac{2}{\sqrt{5}} - \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{1}{\sqrt{5}} = \cos\left(\measuredangle(\nabla f, v_2)\right)$$



$$\measuredangle(\nabla f ; v_2) \approx 63° < 90°$$ B.

∴

Rta

se mueve en dirección de CRECIMIENTO

4)

$f:\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, C^2 /

∘ $P_f(x,y) = P_{2,(1,0)}(x,y) = x * y - y + y^2$

$h:\mathbb{R} \to \mathbb{R}$, C^2 /

∘ $P_h(x) = P_{2,1}(x) = 2 - (x-1) + 4(x-1)^2$

Definimos:

$g:\mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ /

$g(x,y) = h(x) . f(x, y^2 - 1)$

$P_g(x,y) = P_{2,(1,-1)} = ?$

Armo el polinomio:

$\vec{x} = (x,y)$
$\vec{p} = (1,-1)$

$$P_g(x,y)\Big|_{(1,-1)} = g(1,-1) + \left\langle \nabla g(1,-1), (x-1, y+1) \right\rangle + \frac{1}{2} \left\langle Hg(1,-1)(\vec{x}-\vec{p}), (\vec{x}-\vec{p}) \right\rangle$$

∘ $g(1,-1) = \underbrace{h(1)}_{h(1) = P_h(1)} . \underbrace{f(1,(-1)^2 - 1)}_{f(1,0) = P_f(1,0)} = -1 . 0 = 0$ ✓

✓?

$h(1) = P_h(1) = 2.$

$$\frac{\partial P_h}{\partial x}(1) = -1 + 8(x-1)\Big|_1 = -1 \checkmark$$

Armo $\nabla g(1,-1)$:

$$\frac{\partial g}{\partial x}(1,-1) = \left(\underbrace{\frac{\partial h}{\partial x}}_{h'(1) = P_h'(1)} \cdot f(x, y^2-1) + h(x) \cdot \frac{\partial f}{\partial x} \overset{(x, y^2-1)}{} \right) \Big|_{(1,-1)}$$

$$P_h'(1) = \left(-x + 8(x-1) \right) \Big|_{x=1} = -1 \checkmark$$

$$f(1,0) = 0$$

$$h(1) = 2 \checkmark$$

$$\frac{\partial f}{\partial x}(1,0) = \frac{\partial}{\partial x} P_f(1,0) = y \Big|_{(1,0)} = 0 \checkmark$$

$$\left. \frac{\partial g}{\partial x}(1,-1) = 0 - 0 = 0 \right] \checkmark$$

$$\frac{\partial g}{\partial y}(1,-1) = h(x) \cdot \underbrace{\frac{\partial f}{\partial y}(x, \overset{\text{llamo } v}{y^2-1})}_{} \Big|_{(1,-1)}$$

$$= h(1) \cdot \frac{\partial f}{\partial v} \cdot \frac{\partial v}{\partial y}(1,-1) \checkmark$$

$$= 2 \cdot (0) \cdot 2y \Big|_{(1,-1)} = 0$$

cero

$$\frac{\partial f}{\partial v}(1,0) = \frac{\partial P_f}{\partial y}(1,0) =$$

$$= x - 1 + 2y \Big|_{(1,0)} = 0$$

$$\left. \frac{\partial g}{\partial y}(1,-1) = 0 \right]$$

$$\nabla g(1,-1) = (0,0)$$

Armo matriz Hessiana : $Hg(x,y)$

$$\frac{\partial^2 g}{\partial x^2}(1,-1) = \frac{\partial^2}{\partial x^2}\left(h(x)\cdot f(x,y^2-1)\right)\Big|_{(1,-1)}$$

$$= \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial}{\partial x}\left(h(x)\cdot f(x,y^2-1)\right)\right)\Big|_{(1,-1)}$$

$$= \frac{\partial}{\partial x}\left(\left(\frac{\partial}{\partial x}h(x)\right)\cdot f(x,y^2-1) + h(x)\frac{\partial}{\partial x}f(x,y^2-1)\right)\Big|_{(1,-1)}$$

$$= \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}\left(\left(\frac{\partial}{\partial x}h(x)\right)\cdot f(x,y^2-1)\right)}_{\text{I}} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}\left(h(x)\cdot\frac{\partial}{\partial x}f(x,y^2-1)\right)}_{\text{II}}\Big|_{(1,-1)}$$

$$\text{I} = \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}h(x)\right)\cdot f(x,y^2-1) + \left(\frac{\partial}{\partial x}h(x)\right)\left(\frac{\partial}{\partial x}f(x,y^2-1)\right)$$

$\Downarrow$

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}h(x)\Big|_{(1,-1)} = \frac{\partial^2 P_h}{\partial x^2}(1,-1) = 8 \quad ✓$$

$$f(1,0) = P_f(1,0) = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial x}h(x)\Big|_{(1)} = \frac{\partial P_h}{\partial x}(1) = -1 + 8(x-1)\Big|_{x=1} = -1$$

$$\frac{\partial}{\partial x}f(x,y^2-1)\Big|_{(1,-1)} = \frac{\partial}{\partial x}P_f(1,0) = y\Big|_{\substack{x=1\\y=0}} = 0 \quad ✓$$

$$\text{I} = 8.0 - 1.0 = 0$$

$$\text{II} = \left(\frac{\partial}{\partial x} h(x)\right) \cdot \underbrace{\left(\frac{\partial}{\partial x} f(x, y^2-1)\right)}_{\text{de I: ? } = 0} + h(x) \cdot \frac{\partial^2}{\partial x^2} f(x, y^2-1) \Big|_{(1,-1)}$$

$$h(x)\Big|_{x=1} = P_h(1) = 2$$

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} f(x, y^2-1)\Big|_{(1,-1)} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial}{\partial x} f(x, y^2-1)\right) =$$

$$= \frac{\partial^2}{\partial x^2} P_f(1,0) = 0 \quad ✓$$

$$\text{II} = 0 + 2 \cdot 0 = 0$$

$$\frac{\partial^2 g}{\partial x^2}(1,-1) = 0$$

$$g \text{ es } C^2 \Rightarrow \frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x} = \frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}$$

uso misma expresión que anter, pero derivo wrt y

$$\frac{\partial^2 g}{\partial y \partial x}(1,-1) = \underbrace{\frac{\partial}{\partial y}\left(\left(\frac{\partial}{\partial x} h(x)\right) \cdot f(x, y^2-1)\right)}_{\text{III}} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial y}\left(h(x) \cdot \frac{\partial}{\partial x} f(x, y^2-1)\right)}_{\text{IV}}\Bigg|_{(1,-1)}$$

$$\text{III} = \left(\frac{\partial}{\partial x} h(x)\right) \cdot \frac{\partial}{\partial y} f(x, \overbrace{y^2-1}^{v})\Big|_{(1,-1)} = \frac{\partial}{\partial x} h(x) \cdot \frac{\partial f}{\partial v} \cdot \frac{\partial v}{\partial y}\Big|_{(1,-1)}$$

de anter

$$\frac{\partial f}{\partial v}(1,0) = \frac{\partial}{\partial x} P_f(1,0) =$$

$$= x - 1 + 2y\Big|_{(1,0)} = 0 \quad ✓$$

$$\text{III} = 0$$

$$\boxed{IV} = h(x) \cdot \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial}{\partial x} f(x, y^2-1)\right)\Bigg|_{(1,-1)}$$

Ojo! Acá falta $\frac{\partial v}{\partial y} = 2y$

$$\frac{\partial^2}{\partial y \partial x} f(x, y^2-1)\Bigg|_{(1,-1)} = \frac{\partial^2}{\partial y \partial x} P_f(1,0) = 1$$

$$= 2 \cdot 1 = 2$$

si $y = -1$.

$$\frac{\partial^2 g}{\partial x \partial y}(1,-1) = \frac{\partial^2}{\partial y \partial x} g(1,-1) = 2 \Big] \cdot (-2) = -4$$

$$\frac{\partial^2 g}{\partial y^2}(1,-1) = \frac{\partial^2}{\partial y^2}\left(h(x) \cdot f(x, y^2-1)\right)\Bigg|_{(1,-1)}$$

$$= \underset{\text{no depende de } y}{h(x)} \cdot \frac{\partial^2}{\partial y^2} f(x, y^2-1)\Bigg|_{(1,-1)} = \frac{\partial}{\partial y}\left(\underbrace{\frac{\partial}{\partial y} f(x, y^2-1)}\right)$$

$$\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial f}{\partial y}(x, y^2-1) \cdot 2y\right)$$

$$= \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}(x, y^2-1) \cdot 2y \cdot 2y + \frac{\partial f}{\partial y}(x, y^2-1) \cdot 2.$$

$$\frac{\partial^2}{\partial y^2} f(x, y^2-1)\Bigg|_{(1,-1)} = \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial}{\partial y} P_f(1,0) \cdot 2y\right)\Bigg|_{(1,-1)}$$

$$= \frac{\partial^2}{\partial y^2} P_f(1,0)\,(2y)^2\Big|_{(1,-1)} + \frac{\partial}{\partial y} P_f(1,0) \cdot 2$$

$$= 2 \cdot (-2) + 0 \cdot 2$$

$$= -4$$

$$\frac{\partial^2}{\partial y^2} g = h(1) \cdot (-4) = \boxed{-8}$$

Finalmente:

$$Hg(1,-1) = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 2 & -8 \end{bmatrix}$$

$$\nabla g(1,-1) = (0,0)$$

$$P_g(x,y) = \underbrace{g(1,-1)}_{=0} + \underbrace{\langle (0,0);(x-1,y+1)\rangle}_{=0} + \frac{1}{2}\left\langle \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & -8 \end{pmatrix}(\vec{x}-p);(\vec{x}-\vec{p})\right\rangle$$

CA:

$$\begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 2 & -8 \end{bmatrix}[x-1, y+1]^T = \begin{bmatrix} 0 + 2(y+1) \\ 2(x-1) - 8(y+1) \end{bmatrix} \cancel{= \begin{bmatrix} y+1 \\ 2x-8y+6 \end{bmatrix}}$$

$$\frac{1}{2}\langle [\ ](\ );(\ )\rangle = \frac{1}{2}\langle (2(y+1), 2(x-1)-8(y+1));(x-p)\rangle$$

$$= \frac{1}{2}\Big((y+1)\cdot(x-1) + (2(x-1)-8(y+1))\cdot(y+1)\Big) =$$

$$= \frac{1}{2}(y+1)\cdot(x-1) + \frac{1}{2}\cdot 2(x-1)\cdot(y+1) - \frac{1}{2}8(y+1)^2$$

$$= \frac{1}{2}(y+1)(x-1) + (x-1)(y+1) - 4(y+1)^2$$

Respuesta:

$$\boxed{P_g(x,y) = \frac{3}{2}(y+1)(x-1) - 4(y+1)^2}$$

Quedaba

$$P_g(x,y) = -4(x-1)(y+1) + 8(y+1)^2$$

Corrección:

2. $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$

$$f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{x^2\cdot|x^2-(y-1)^2|+6x^3+3x(y-1)^2}{2x^2+(y-1)^2} & \text{si } (x,y)\neq(0,1)\\[2ex] 0 & \text{si } (x,y)=(0,1)\end{cases}$$

Dif de f en (0,1)

$$\frac{\partial f}{\partial x}(0,1)=\lim_{t\to0}\frac{f((0,1)+t(1,0))-f(0,1)}{t}=\lim_{t\to0}\frac{f(t,1)}{t}$$

$$=\lim_{t\to0}\frac{t^2\cdot t^2+6t^3}{2t^3}=\lim_{t\to0}\frac{\cancel{t^3}(t+6)}{\cancel{t^3}\cdot 2}=3$$

$$\frac{\partial f}{\partial y}(0,1)=0$$

$$P_{1,(0,1)}(x,y)=3x$$

$$\lim_{(x,y)\to(0,1)}\frac{\dfrac{x^2\cdot|x^2-(y-1)^2|+6x^3+3x(y-1)^2}{2x^2+(y-1)^2}-3x}{\|(x,y-1)\|}\leq$$

$$\lim\frac{x^2|x^2-(y-1)^2|+6x^3+3x(y-1)^2}{\|o\|\cdot(x^2+(y-1)^2)}-\frac{3x}{\|o\|}=$$

$$=\lim\frac{x^2|x^2-(y-1)^2|+6x^3\cancel{+3x(y-1)^2}-3x^3\cancel{-3x(y-1)^2}}{\|(x^2+(y-1)^2)\|^3}=$$

$$=\lim\underbrace{\frac{x^2|x^2-(y-1)^2|+3x^3}{\|o\|^3}}_{\text{debo probar por curvas sobre esto!}}\leq\cancel{\frac{\|o\|^2\cdot\|o\|^2}{x^2(\|o\|^2+3x)}}$$

$y=x+1$

$y = x + 1$:

$$\frac{3x^3}{\underbrace{\| x^2 + (x)^2 \|^3}_{\left(\sqrt{2x^2}\right)^3}} = \frac{3x^3}{2^{3/2} \cdot |x|^3}$$

si $x>0 \rightarrow \frac{3}{2^{3/2}}$

$\rightarrow -\frac{3}{2^{3/2}}$

Listo! no [illegible] [illegible] es dif

$= 2^{3/2} \cdot |x|^3$