

Aclaraciones: El parcial NO es a libro abierto. Cualquier decisión de interpretación que se tome debe ser aclarada y justificada. Para aprobar se requieren al menos 60 puntos. **Entregar cada ejercicio en hoja separada.**
Importante: Para la resolución del parcial **NO** es necesario ni está permitido el uso de **acum**. En caso de ser necesario, pueden asumir como definida la función *sum* (Σ) sobre listas. Las funciones *min* o *max* sobre listas, en caso de requerirlas, deben ser definidas.

```

tipo Nombre=String;
tipo Precio=Z;
tipo Mes=Z;
tipo Seccion = Bazar, Electro, Carniceria, Verduleria, Jugueteria, Lim-
pieza, Lacteos, Vinos;
tipo Origen = Nacional, Importado;

```

```

observador productos (g: Gondola) : [Productos];
observador stock (g: Gondola, p: Producto) : Z;
    requiere p ∈ productos(g);
invariante hayStock : (∀p ← productos(g)) 0 ≤ stock(g,p);
invariante productosDistintos :
    sinRepetidos(nombres(productos(g)));
}

```

```

tipo Producto {
    observador nombre (p: Producto) : Nombre;
    observador origen (p: Producto) : Origen;
}

```

```

tipo Supermercado {
    observador gondolas (s: Supermercado) : [Gondola];
    observador cambios (s: Supermercado) : [Chango];
    observador precios (s: Supermercado, p: Producto , m: Mes)
        : Precio;
        requiere 1 ≤ m ≤ 12;
        requiere (∃g ∈ gondolas(s)) p ∈ productos(g);
invariante gondolasDistintas :
    sinRepetidos(secciones(gondolas(s)));
invariante noHaySeccionSinGondola :
    |sacarRepetidos(secciones(gondolas(s)))| = 8;
invariante todosLosProductosTodosLosMeses : ...;
invariante cambiosCopaados ...;
}

```

```

tipo Chango {
    observador productos (c: Chango) : [Productos];
    observador cantidadXProducto (c: Chango, p: Producto) : Z;
        requiere p ∈ productos(c);
invariante productosDistintos :
    sinRepetidos(nombres(productos(c)));
invariante siEstaTieneCantidad :
    (∀p ← productos(c)) cantidadXProducto(c,p) > 0;
}

```

```

aux secciones (gs: [Gondola]) : [Seccion] = [seccion(g) | g ← gs];
aux sinRepetidos (xs: [T]) : Bool = (∀i, j ← [0..|xs|], i ≠ j) xsi ≠ xsj;
aux sacarRepetidos (xs: [T]) : [T] = [xi | i ← [0..|xs| - 1] xi ∈
xs(i..|xs| - 1)];
aux ordenada (xs: [T]) : Bool = (∀i ← [0..|xs| - 1]) xsi ≤ xsi+1;

```

```

tipo Gondola {
    observador seccion (g: Gondola) : Seccion;
}

```

Ejercicio 1. [20 puntos]

- a) Completar el *invariante todosLosProductosTodosLosMeses* del tipo Supermercado, que garantiza que todos los productos incluidos en la lista de los precios se encuentran en alguna de las góndolas, que todos los precios incluidos en la lista de los precios son mayores que cero (estrictamente) y que están presentes en todos los meses.
- b) Completar el *invariante cambiosCopaados* del tipo Supermercado, que indica que en todos los cambios del supermercado se cumple el hecho de que si poseen productos, estos productos se encuentran en alguna gondola del supermercado (con cantidad mayor o igual a cero).

Ejercicio 2. [20 puntos] Especificar el problema *gondolasChinas* (s: Supermercado, m: Mes) = result : [Seccion]

que devuelve aquellas secciones cuyas gondolas poseen más artículos importados que nacionales y además no poseen un artículo nacional más barato que alguno de los artículos importados en el mes *m*.

Ejercicio 3. [20 puntos] Especificar el problema *expulsarAntiPatrias* (s: Supermercado)

que modifica el supermercado de forma tal que saca a todos aquellos clientes (*changos*) que sólo compran más de una unidad de cierto producto sólo si es importado. En decir, que no tienen en su chango más de una unidad del mismo producto nacional y si tienen más de un mismo producto, éste es importado.

Ejercicio 4. [20 puntos] Especificar el problema *supersSinMimos* (ss: [Supermercado]) = result : [Supermercado]

, que devuelve aquellos supermercados de la lista *ss* en los cuales los precios de todos los productos tuvieron un aumento constante, estrictamente creciente, mes a mes (desde el 1 hasta el 12 inclusive).

Ejercicio 5. [20 puntos] Dado el siguiente programa, decidir si es correcto para las siguientes especificaciones. En caso afirmativo, demostrar utilizando transformación de estados. En caso contrario, justificar por qué no es correcto.

```
int sumaCaprichosa(int a, int b){
  int x = 0;
  int y = 0;
  int c = 0;
  int result = 0;
  x=a+1;
  y=b+1;
  if(a > b){
    c = x - y;
  }else{
    c = y - x;
  }
  result = x + y + c;
  return result;
}
```

```
problema sumaCaprichosa (a,b: Z) = res :
Z {
  requiere a == b;
  asegura res == a + b;
}
```

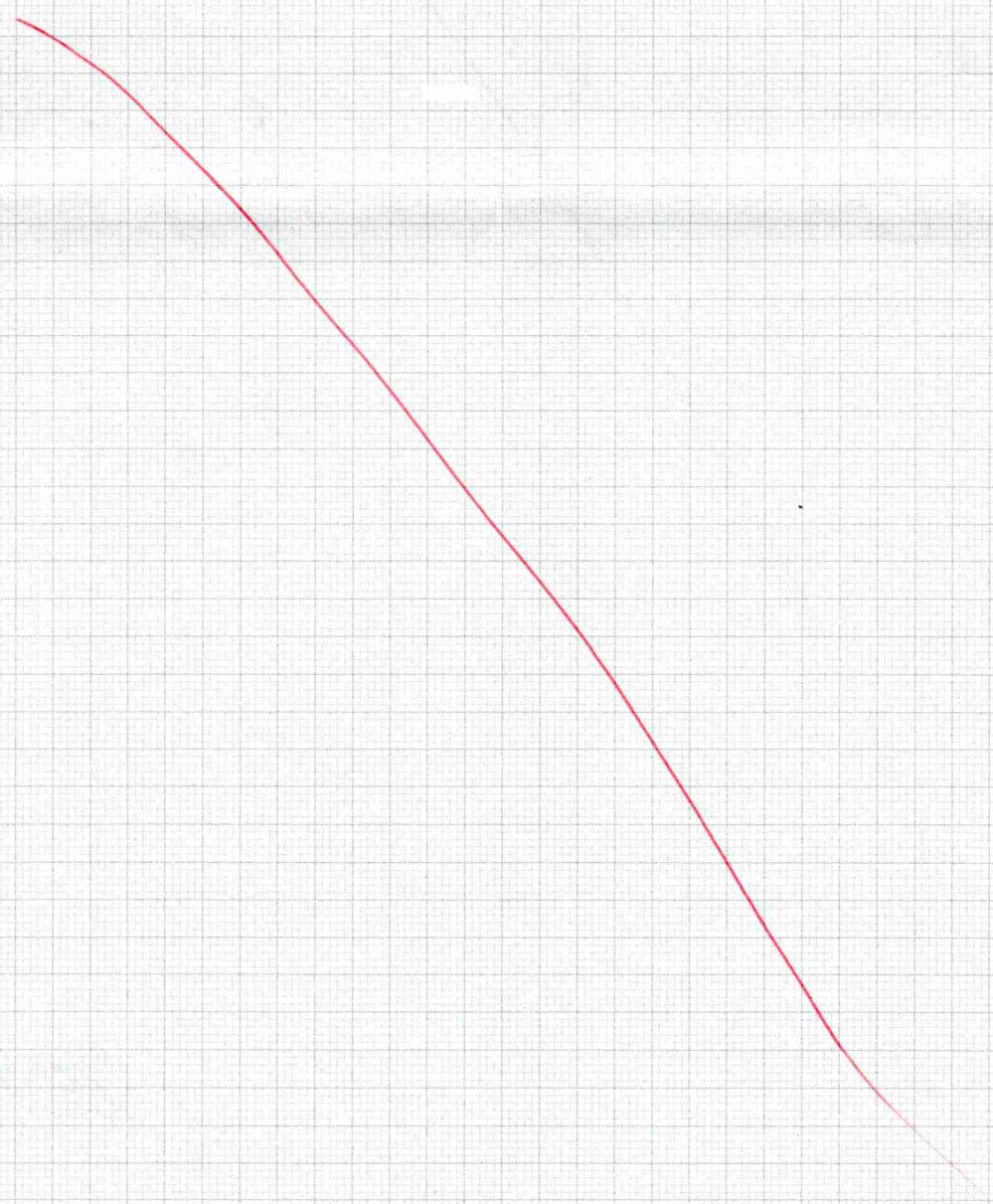
```
problema sumaCaprichosa (a,b: Z) = res :
Z {
  requiere a > 0;
  requiere b > 0;
  asegura a > b  $\Rightarrow$  res == 2a + 2;
  asegura a  $\leq$  b  $\Rightarrow$  res == 2b + 2;
}
```

a)
1) invariante todos los productos todos los meses:
 $(\forall p \leftarrow \text{productos}(s), m \in [1..12])$
 $\text{precios}(s, p, m) > 0$

aux productos(s: supermercado): [Producto] =
[p | g ← gondolas(s), p ← productos(g)] ✓

b) invariante cambios Copados:
 $(\forall c \leftarrow \text{cambios}(s), p \leftarrow \text{productos}(c))$
 $p \in \text{productos}(s)$ ✓

(Cantidad mayor o igual a cero y a esta garantizado por los invariantes)



2) problema gondolas Chinas (s : Supermercado, m : Mes) =
 result: [Seccion] {
 requiere $1 \leq m \leq 12$;
 asegure $((\forall \text{sec} \leftarrow \text{result}) \text{masImportados}(\text{sec}, s) \wedge \text{noHayNMasBarato}(\text{sec}, m, s))$;
 asegure $((\forall \text{sec} \leftarrow \text{secciones}(\text{gondolas}(s))) (\text{masImportados}(\text{sec}, s) \wedge \text{noHayNMasBarato}(\text{sec}, m, s)) \Rightarrow \text{sec} \in \text{result})$;
 asegure sinRepetidos(result);
 }

aux masImportados(sec : Seccion, s : Supermercado): Bool =
 $\text{cantImp}(\text{gondSec}(\text{sec}, s)) > \text{cantNac}(\text{gondSec}(\text{sec}, s))$ ✓

aux noHayNMasBarato(sec : Seccion, m : Mes, s : Supermercado): Bool =
 $\neg (\exists \text{pn} \leftarrow \text{prodsNac}(\text{gondSec}(\text{sec}, s))) (\forall \text{pi} \leftarrow \text{prodsImp}(\text{gondSec}(\text{sec}, s))) \text{precios}(s, \text{pn}, m) < \text{precios}(s, \text{pi}, m)$ ✓

aux gondSec(sec : Seccion, s : Supermercado): Gondola =
 $\text{cab}([\text{g} \mid \text{g} \leftarrow \text{gondolas}(s), \text{seccion}(\text{g}) == \text{sec}])$

aux prodsNac(g : Gondola): [Producto] =
 $[\text{p} \mid \text{p} \leftarrow \text{productos}(g), \text{origen}(\text{p}) == \text{Nacional}]$ ✓

aux prodsImp(g : Gondola): [Producto] =
 $[\text{p} \mid \text{p} \leftarrow \text{productos}(g), \text{origen}(\text{p}) == \text{Importado}]$ ✓

aux cantImp(g : Gondola): $\mathbb{Z} = |\text{prodsNac}(g)|$ ✓

aux cantNac(g : Gondola): $\mathbb{Z} = |\text{prodsImp}(g)|$ ✓

3) problema expulsar Antipatrias (s: Supermercado) {

modifica s;

asegura info ~~S~~no cambio:

mismas Gondolas (pre(s), s)
 ∧ mismos Precios (pre(s), s);

asegura cambios OK:

! patriotas (pre(s)) ≠ | cambios (s) |
 ∧ (∀ c ← patriotas (pre(s)))
 cuentaPatIguales (c, pre(s)) = cuentaPatIguales (c, s);

}

aux mismasGondolas (s1, s2: Supermercado): Bool =
 (∀ g1 ← gondolas (s1)) (∃ g2 ← gondolas (s2))
 (seccion (g1) = seccion (g2))
 ∧ mismos (productos (g1), productos (g2))
 ∧ (∀ p ← productos (g1)) stock (g1, p) = stock (g2, p)

aux mismosPrecios (s1, s2: Supermercado): Bool =
 (∀ p ← productos (s1), m ∈ [1..12]) precios (s1, p, m) = precios (s2, p, m)
 aux ejercicio 1.

aux patriotas (s: Supermercado): [Change] =
 [c | c ← cambios (s), patriota (c)]

aux patriota (c: Change): Bool =
 (∀ p ← productos (c), cantidadXProducto (c, p) > 1)
 origen (p) = Importado.

aux cuentaPatIguales (c1: Change, s: Supermercado): Z =
 |[1 | c2 ← cambios (s), mismoChange (c1, c2)]|

aux mismoChange (c1: Change, c2: Change): Bool =
 mismos (productos (c1), productos (c2))
 ∧ (∀ p ← productos (c1))
 cantidadXProducto (c1, p) = cantidadXProducto (c2, p)

4) problema supers Sin Mimos($ss: [Supermercado]$) =
 result: $[Supermercado]$ {

asegura $(|supConAumentoConstante(ss)| = |result|)$;

(pido que en caso de haber
 sup. iguales, solo se repiten
 los repetidos de ss)

asegura $(\forall s \leftarrow supConAumentoConstante(ss))$

$cantSupIguales(s, ss) == cantSupIguales(s, result)$

• Ok (Aunque es indirecto...)

}

aux $supConAumentoConstante(ss: [Supermercado]): [Supermercado] =$
 $[s \mid s \leftarrow ss, supConAumentoConstante(s)]$

aux $supConAumentoConstante(s: Supermercado): Bool =$
 $(\forall p \leftarrow \text{productos}(s)) \text{ aumentoConstante}(p, s)$
 aux de ej 1.

aux $\text{aumentoConstante}(p: Producto, s: Supermercado): Bool =$
 $\text{ordEstCreciente}([precios(s, p, m) \mid m \leftarrow [1..12]])$

aux $\text{ordEstCreciente}(L: [\mathbb{Z}]): Bool =$
 $(\forall i \leftarrow [0..|L|-1]) l_i < l_{i+1}$

aux $\text{cantSupIguales}(s1: Supermercado, ss: [Supermercado])$
 $: \mathbb{Z} =$
 $|[1: |s2 \leftarrow ss, \text{mismosSup}(s1, s2)]|$

aux $\text{mismosSup}(s1, s2: Supermercado): Bool =$
 $\text{mismosGondolas}(s1, s2)$

$\wedge \text{mismosPrecios}(s1, s2)$

$\wedge \text{mismosCambios}(s1, s2)$

aux $\text{mismosCambios}(s1, s2: Supermercado): Bool =$
 $(\forall c \leftarrow \text{cambios}(s1)) \text{cantCambios}(c, s1) == \text{cantCambios}(c, s2)$
 $\wedge |\text{cambios}(s1)| == |\text{cambios}(s2)|$

aux $\text{cantCambios}(c: Cambio, s: Supermercado): \mathbb{Z} =$
 $|[1 \mid c2 \leftarrow \text{cambios}(s), \text{mismoCambio}(c1, c2)]|$
 aux de ej 3.

5) Caso 1 no cumple y caso 2 si cumple con la especific. Realizo transformación de estados y justifico.

```

int sumaCaprichosa(int a, int b) {
  // estado e0
  // vale  $a == pre(a) \wedge b == pre(b)$  (Esto lo asumo directamente en todo el ej. ya que a y b no cambian su valor durante el prog. No uso clausura local)

  int x = 0;
  // estado e1
  // vale  $x == 0$ 
  int y = 0;
  // estado e2
  // vale  $y == 0 \wedge x == x @ e1$ 
  // implica  $x == 0$  (por e1)
  int c = 0;
  // estado e3
  // vale  $c == 0 \wedge x == x @ e2 \wedge y == y @ e2$ 
  // implica  $x == 0 \wedge y == 0$  (por e2)
  int result = 0;
  // estado e4
  // vale  $result == 0 \wedge c == c @ e3 \wedge x == x @ e3 \wedge y == y @ e3$ 
  // implica  $c == 0 \wedge x == 0 \wedge y == 0$  (por e3)
  if (a > b) {
    // estado t1
    // vale  $(a > b) \wedge result == result @ e4 \wedge c == c @ e4$ 
    //  $\wedge x == x @ e4 \wedge y == y @ e4$ 
    // implica  $result == 0 \wedge c == 0 \wedge x != 0 \wedge y != 0$  (por e4)
    c = x - y;
    // estado t2
    // vale  $(a > b) \wedge c == x @ t1$ 
    x = a + 1;
    // estado e5
    // vale  $x == a + 1 \wedge c == c @ e4 \wedge y == y @ e4$ 
    //  $\wedge result == result @ e4$ 
    // implica  $c == 0 \wedge y == 0 \wedge result == 0$  (por e4)
    y = b + 1;
    // estado e6
    // vale  $y == b + 1 \wedge x == x @ e5 \wedge c == c @ e5 \wedge result == result @ e5$ 
    // implica  $x == a + 1 \wedge c == 0 \wedge result == 0$  (por e5)
    if (a > b) {
      // estado t1
      // vale  $(a > b) \wedge result == result @ e6 \wedge c == c @ e6$ 
      //  $\wedge x == x @ e6 \wedge y == y @ e6$ 
      // implica  $result == 0 \wedge c == 0 \wedge x == a + 1 \wedge y == b + 1$  (por e6)
      c = x - y;
      // estado t2
      // vale  $(a > b) \wedge c == x @ t1 - y @ t1 \wedge result == result @ t1 \wedge x == x @ t1$ 
      //  $\wedge y == y @ t1$ 
    }
  }
}

```

5)

```
// implica  $c == a+1-b+1 \wedge x == a+1 \wedge y == b+1$  (por t1)
// implica  $result == 0$  (por t1)
// implica  $c == a-b$ 
// implica Qif:  $result == 0 \wedge x == a+1 \wedge y == b+1$ 
 $\wedge ((a > b \wedge c == a-b) \vee (a \leq b \wedge c == b-a))$  (por impl.
anteriores y
porque  $p \Rightarrow p \vee q$ 
es tautología)
```

```
} else {
// estado e1
// vale  $(a \leq b) \wedge result == result@e6 \wedge c == c@e6$ 
 $\wedge x == x@e6 \wedge y == y@e6$ 
// implica  $result == 0 \wedge c == 0 \wedge x == a+1 \wedge y == b+1$  (por e6)
 $c == y - x;$ 
// estado e2
// vale  $(a \leq b) \wedge c == y@e1 - x@e1 \wedge result == result@e1$ 
 $\wedge x == x@e1 \wedge y == y@e1$ 
// implica  $x == a+1 \wedge y == b+1 \wedge result == 0$  (por e1)
// implica  $c == b+1-a-1$ 
// implica  $c == b-a$ 
// implica Qif:  $result == 0 \wedge x == a+1 \wedge y == b+1$ 
 $\wedge ((a > b \wedge c == a-b) \vee (a \leq b \wedge c == b-a))$  (por implicas
anteriores y porque
 $q \Rightarrow p \vee q$  es tauto.)
}
```

```
// estado e7
// vale Qif:  $result == result@e6 \wedge x == x@e6 \wedge y == y@e6$ 
 $\wedge ((a > b \wedge c == a-b) \vee (a \leq b \wedge c == b-a))$ 
// implica  $result == 0 \wedge x == a+1 \wedge y == b+1$  (por e6)
 $result = x + y + c;$ 
// estado e8
// vale  $result == x@e7 + y@e7 + c@e7 \wedge x == x@e7 \wedge y == y@e7$ 
 $\wedge c == c@e7$ 
// implica  $x == a+1 \wedge y == b+1$  (por e7)
return result;
```

```
// vale  $res == result@e8 \wedge result == result@e8$ 
 $\wedge x == x@e8 \wedge y == y@e8 \wedge c == c@e8$ 
// implica  $res == a+1+b+1+c@e7 \wedge result == result@e7$ 
 $\wedge x == a+1 \wedge y == b+1 \wedge c == c@e7$  (por e8)
// implica  $res == a+b+2+c@e7$ .
```

```
// (Separo en caso 1)
// implica  $a \leq b$  (por req  $a == b$ )
// implica  $result == a+b+2+b-a$ 
// "  $result == a+a+2+a-a$  (por req)
// "  $result == 2a+2 \wedge res == 2a+2$  (Como conclusión,
no hay forma de
implicar el asegura
 $res == a+b$ , porque
 $a+b$  equiv a  $2a$  por req. y
 $2a \neq 2a+2$ )
```


// (separo en caso 2)

// implica $(a > b \wedge res == a+b+2 + a-b)$

$\vee (a \leq b \wedge res == a+b+2+b-a)$

// implica $(a > b \wedge res == 2a+2)$

// implica $(a \leq b \wedge res == 2b+2)$

(por c en e7)

(Estos implicaciones son equivalentes a los aseguras del problema caso 2)

// A := $a > b$ \wedge B := $2a+2$ \wedge C := $2b+2$.

// demo de equivalencia

/*

A	B	C	$(A \Rightarrow B)$	\wedge	$(\neg A \Rightarrow C)$	$(A \wedge B)$	\vee	$(\neg A \wedge C)$
V	V	V	V	V	V	V	V	F
V	V	F	V	V	V	V	V	F
V	F	V	F	F	V	F	F	F
V	F	F	F	F	V	F	F	F
F	V	V	V	V	V	F	V	V
F	V	F	V	F	F	F	F	F
F	F	V	V	V	V	F	V	V
F	F	F	V	F	F	F	F	F

*/

3

