

1	2	3	4	5

CALIF.

APPELLIDO Y NOMBRE:
LIBRETA:

TURNO:

11 a 14

14 a 17

20 a 22

TEMA 2

Algebra I - 2do Cuatrimestre 2011
1er Parcial (15/10/2011)

1. Sea $X = \{n \in \mathbb{N} : 1 \leq n \leq 30\}$ y sea $Y = \{m \in \mathbb{N} : 1 \leq m \leq 19\}$.
Se define la siguiente relación \mathcal{R} entre los subconjuntos de X :

$$A \mathcal{R} B \iff A \cap Y = B \cap Y.$$

- (a) Probar que \mathcal{R} es una relación de equivalencia.
(b) Describir la clase de equivalencia del conjunto $A = \emptyset$ y contar cuántos elementos tiene.

2. Probar que para todo $n \in \mathbb{N}$, se satisface que

$$\sum_{i=1}^n \frac{1}{i^2} \leq 2 - \frac{1}{n}.$$

3. (a) ¿De cuántas maneras se pueden distribuir 20 bolitas rojas indistinguibles en 5 cajas distintas, con la condición de que haya exactamente una caja vacía?
(b) ¿De cuántas maneras se pueden distribuir 20 bolitas rojas indistinguibles y 11 bolitas verdes numeradas en 5 cajas distintas, con la condición de que haya a lo sumo una caja sin bolitas rojas?

4. Sean $a, b \in \mathbb{Z}$ con $(a : b) = 7$.
Determinar todos los valores posibles de $(2a + 5b : a - 3b)$, y dar un ejemplo de a y b para cada valor hallado.

5. Hallar todos los $a, b \in \mathbb{Z}$ que satisfacen simultáneamente:

$$12a + 22b = 46 \quad \text{y} \quad 25 \mid 5a.$$

JUSTIFICAR TODAS LAS RESPUESTAS