

Resultados a partir del absurdo:

- Caracterización del supremo: Un número s es supremo de un conjunto A , si y sólo si s es cota superior y dado un número $\varepsilon > 0$, existe un $a \in A$ tal que $s - \varepsilon < a$
- Principio de arquimedianidad: \mathbb{N} no está acotado en \mathbb{R}
- $f(a_n) \rightarrow L$ para toda (a_n) que tiende a x_0 , entonces $\lim f(x) = L$ si x tiende a x_0 [1]
- Monotonía del límite
- Si una función continua es positiva en un punto, es positiva en un entorno de ese punto.
- Bolzano en \mathbb{R} , concluir Bolzano en \mathbb{R}^n para dominios arcoconexos. (Y el teorema de los valores intermedios).

Resultados a partir de construcción explícita

- Si $s = \sup A$, entonces existe una sucesión creciente de elementos de A con límite s . Más aún, si s no pertenece a A , entonces la sucesión se puede tomar estrictamente creciente.
- Toda sucesión admite una subsucesión monótona. Concluir Bolzano-Weierstrass para \mathbb{R}
- Una sucesión en \mathbb{R}^n converge si y sólo si converge cada una de sus coordenadas
- Bolzano-Weierstrass para \mathbb{R}^n
- Teorema de Weierstrass: Una función continua de un compacto en \mathbb{R}^n a \mathbb{R} alcanza máximo y mínimo. Concluir que una función continua manda compactos en compactos.
- Una función es continua si y sólo si la preimagen de un abierto es abierto
- Teorema de Heine-Cantor: Una función continua en un compacto es uniformemente continua
- Teoremas de Cauchy, Rolle y Lagrange.
- Teorema de cambio de variables lineal

Igualdades a partir de dobles desigualdades

- Unicidad del supremo
- Un conjunto es abierto si y sólo si es unión de bolas abiertas

Resultados vía de manipulación de la definición

- Dada una sucesión creciente y acotada, entonces ésta tiene límite y es el supremo
- Desigualdad triangular para la norma 2 usando Cauchy-Schwarz
- Para todo punto x en una bola, existe otra bola centrada en x incluida en la bola original
- Unión de abiertos es abierto (Usando que todo abierto es unión de bolas abiertas)
- Intersección de abiertos es abierto
- Propiedades del operador interior
- Si $\lim f(x) = L$ cuando x tiende a x_0 entonces para toda sucesión (a_n) que tiende a x_0 , $f(a_n) \rightarrow L$ [1]
- Composición de funciones continuas es continua.
- Una función de una variable es integrable Riemann si y sólo si para todo $\varepsilon > 0$ existe una partición P de forma tal que la suma superior e inferior difieran menos que ε : $S(f,P)$

$$I(f,P) < \varepsilon$$

- Propiedades de la integral de Riemann (linealidad, positividad, particionar y “módulo de la integral es menor que integral del módulo)
- Una función creciente en un intervalo semiabierto $[a;b)$ (con b posiblemente $+\infty$) tiene límite (lat.) en b si y sólo si es acotada superiormente

Resultados por métodos analíticos (“Derivar algo”, “Utilizando continuidad”, “Cotas que sirven”, etc.)

- Desigualdad de Cauchy-Schwarz para norma 2
- Cauchy para dos funciones. Concluir L’Hospital
- Lagrange para funciones en \mathbb{R}^n
- Fermat para \mathbb{R}^n
- Taylor en una variable
- Taylor de orden 2 con el Hessiano y resto de Lagrange
- Multiplicadores de Lagrange
- Criterio de la integral de Cauchy (para series)
- Criterio de Leibniz (para series alternadas)

Resultados vía reducir a algo conocido

- Propiedades de los cerrados (Unión, intersección, clausura)
- Si $f' = g'$ entonces $f = g + c$ con c constante
- Regla de Barrow
- Teorema del valor medio para integrales
- Si una integral impropia converge absolutamente, entonces converge
- Criterios de comparación
- Fubini para regiones entre dos curvas

Resultados vía manipulación algebraica (Sumar y restar para los pibes)

- Álgebra de Límites en \mathbb{R} y \mathbb{R}^n
- Diferenciable implica continua
- Unicidad del diferencial y la fórmula $\langle \nabla f_p, V \rangle = \frac{\partial f}{\partial V}(p)$
- ∇f_p es la dirección de máximo crecimiento
- Álgebra de funciones diferenciables
- C^1 en un entorno de un punto implica diferenciable en ese punto
- Regla de la cadena
- Monótona y acotada implica Riemann integrable

Teoremas con muchos tecnicismos

- Teorema de la Función inversa
- Teorema de la Función implícita
- Teorema de la función implícita para curvas de nivel
- Criterio del Hessiano:

- La definición indica si es máximo, mínimo o silla
- Si es máximo o mínimo, entonces es semidefinido
- Integrable compuesta con continua es integrable. Concluir que las continuas son integrables y que el producto de integrables es integrable
- Teorema fundamental del Cálculo
- Criterio de D'Alembert (o del Cociente) y de Cauchy (o de la raíz n-ésima)
- Si f es una función continua de un intervalo a \mathbb{R} , entonces dado $\epsilon > 0$, existen finitos rectángulos R_i en \mathbb{R}^2 , de manera que el gráfico de f está en la unión de los interiores de estos rectángulos y además la suma de las áreas de los mismos es menor que ϵ .
- Si D es un conjunto compacto en \mathbb{R}^2 y f es una función escalar en D continua, de manera que la frontera de D , ∂D es unión finita de gráficos de funciones, entonces f es integrable (Riemann).
- Fubini para rectángulos
- Teorema de cambio de variables para difeomorfismos C^1 en \mathbb{R}^2 y \mathbb{R}^3

Teoremas con súper galerazos

- Clairaut - Schwarz (Si una función es C^2 , entonces sus derivadas cruzadas son iguales)