

Álgebra I - Final - 23/4/2021

1	2	3	4	5	Calificación

Nombre:

No. de libreta:

Carrera:

1. Sea $A = \{1, 2, \dots, 100\}$ y $B = \{1, 2, 3\}$. Calcular la cantidad de funciones $f : A \rightarrow B$ sobreyectivas tales que $f(i) + i$ es par para todo $i \in A$.
2. Sea $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la sucesión de números enteros definida recursivamente por

$$\begin{aligned}a_1 &= 10, \\a_2 &= 2, \\a_{n+2} &= 2a_{n+1} + 3a_n \quad \text{si } n \geq 1.\end{aligned}$$

Probar que $(a_n : 12) = 2$ para todo $n \in \mathbb{N}$.

3. Sea $a \in \mathbb{Z}$ tal que $(a^{121} + 22 : 572) = 143$, calcular el resto de dividir a por 286.
4. Hallar los $z \in \mathbb{C}$ tales que $z^8 = (1 + z^2)^4$.
5. Hallar los valores de $a \in \mathbb{Q}$ tales que

$$P(X) = X^4 - \frac{8}{3}X^3 + 2X^2 + a \in \mathbb{Q}[X]$$

tiene alguna raíz múltiple. Para cada valor hallado calcular la multiplicidad de las raíces de P en \mathbb{C} .