Análisis I - Análisis Matemático I - Matemática I - Análisis II (C)

Examen Final - 09/06/2021

Justifique todas sus respuestas.

Entregue todas las hojas escaneadas y en orden.

---

1. Sea $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ de clase C^1. Sea $g\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definida por:

$$g(x, y) = f(3x + e^{xy}, 2x + 4y + sen(xy^2)).$$

Sabiendo que la ecuación del plano tangente al gráfico de g en $(0, 0, g(0, 0))$ es

$$-3x + 2y + 4z = 5,$$

hallar $\nabla f(1, 0)$.

2. Determinar los valores máximos y mínimos absolutos de

$$f(x, y) = 4xy^2 - x^2y^2 - xy^3$$

sobre D, siendo D la región triangular cerrada con vértices $(0, 0), (0, 6), (6, 0)$.

3. Sea $g\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ continua tal que $\int_1^2 g(t)\,dt = 3$. Sea $f\colon \mathbb{R}^2 - \{(0, 0)\} \to \mathbb{R}$ definida por:

$$f(x, y) = \frac{g(\sqrt{x^2 + y^2})}{\sqrt{x^2 + y^2}}.$$

Sea $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \colon 1 \le x^2 + y^2 \le 4,\ 0 \le x \le y\}$. Calcular $\iint_D f(x, y)\,dxdy$.

4. Sea $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ diferenciable tal que $f(0, 0) = 0$ y $\nabla f(0, 0) = (3, 4)$. Probar que existe $\delta > 0$ tal que $\frac{|f(x,y)|}{\sqrt{(x^2+y^2)}} < 8$ para todo (x, y) tal que $0 < \sqrt{(x^2 + y^2)} < \delta$.
