
Álgebra I

2do. cuatrimestre 2021

Segundo Parcial - 30/11/2021

Justifique todas sus respuestas.

Entregue todas las hojas escaneadas y en orden.

*En la primera hoja coloque su nombre completo, número de libreta, carrera y **turno** de práctica al que está inscripto en el SIU Guaraní.*

Ejercicio 1: Determinar todos los $(a, b) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ que satisfacen simultáneamente

$$51a + 33b = 21 \quad \text{y} \quad 8a \equiv b \pmod{49}.$$

Ejercicio 2: Determinar para cada $n \in \mathbb{N}$ el resto de dividir a $8^{3^n - 2}$ por 20.

Ejercicio 3:

(a) Determinar **todos** los $a \in \mathbb{Q}$ para los cuales a es raíz múltiple del polinomio

$$f = X^6 - (a - 1)X^5 - (a - 1)X^4 - (a - 1)X^3 - (a + 2)X^2 + 2(a - 1)X + 2a.$$

(b) Factorizar f en producto de polinomios irreducibles en $\mathbb{Q}[X]$, $\mathbb{R}[X]$ y $\mathbb{C}[X]$ para el menor valor de a hallado.

Ejercicio 4: Determinar un polinomio $f \in \mathbb{Q}[X]$ mónico y de grado mínimo que satisfaga simultáneamente que

- $1 + \sqrt{2}$ sea raíz de f ,
 - $X^2(X + 1) \mid (f : f')$,
 - $f(1) = 20$.
-