

# Álgebra I

Primer Cuatrimestre 2022 - Segundo parcial - 05/07/2022

---

1. Sea  $a \in \mathbb{Z}$  tal que  $(a^{197} - 26 : 15) = 1$ . Hallar **todos** los posibles valores de  $(a^{97} - 36 : 135)$ .
2. Sea  $w \in G_{14}$ . Hallar **todos** los posibles valores de

$$w^7 + \sum_{j=7}^{140} w^{2j}.$$

3. Factorizar en producto de polinomios irreducibles en  $\mathbb{Q}[X]$ ,  $\mathbb{R}[X]$  y  $\mathbb{C}[X]$  al polinomio

$$X^5 - X^4 - X^3 + 19X^2 - 32X + 30,$$

sabiendo que el producto de cuatro de sus raíces es  $-15 - 15i$ .

4. Determinar **todos** los  $f \in \mathbb{R}[X]$  **mónicos** de grado mínimo que satisfacen simultáneamente:
  - $f$  contiene entre sus raíces al menos una raíz cúbica de la unidad,
  - $X^2 + 1$  divide a  $(f : f')$ ,
  - $f$  tiene al menos dos raíces enteras,
  - $f(1) = -12$ .

---

*Complete esta hoja con sus datos y entréguela con el resto del examen.  
Justifique todas sus respuestas.*