

1	2	3	4	Calificación

TEMA 4

## Probabilidad y Estadística (C)

Recuperatorio del Segundo parcial - 07/07/2022

Complete esta hoja y entréguela con el resto del examen. Realizar cada ejercicio en hoja separada. Escribir el nombre en cada una. Al retirarse debe firmar una hoja de asistencia.

APELLIDO Y NOMBRES: ..... N<sup>o</sup> DE LIBRETA: .....

mail ..... @GMAIL.COM ..... FIRMA: .....

Turno:  Tarde: 14 a 17 hs  Noche: 19 a 22 hs  N<sup>o</sup> de hojas entregadas (sin enunciado): 4

Criterio de aprobación: Para aprobar este examen es necesario sumar al menos 60 puntos y tener un ejercicio bien resuelto.

Definir con palabras los eventos y/o las variables aleatorias involucradas, nombres y parámetros de las distribuciones. Resolver usando al menos 4 decimales. Justifique claramente sus afirmaciones.

1. (30 puntos) Sea  $X$  una variable aleatoria continua tal que

$$P(X > x) = \begin{cases} e^{-\lambda x^5} & \text{si } x \geq 0 \\ 1 & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

siendo  $\lambda > 0$ . Sea  $X_1, \dots, X_n$  una muestra aleatoria con la misma distribución de  $X$ .

- (a) (15 puntos) Hallar  $\hat{\lambda}_{MV}$  el estimador de máxima verosimilitud de  $\lambda$ .

- (b) (15 puntos) Sean  $\hat{\lambda}_n = \frac{n}{\sum_{i=1}^n X_i^5}$  un estimador de  $\lambda$  y  $p = P(X > 1)$ . Hallar  $\hat{p}_n$  un

estimador de  $p$  basado en  $\hat{\lambda}_n$ . Calcular estimaciones de  $\lambda$  y  $p$  a partir de una muestra de 15 observaciones tales que  $\sum_{i=1}^{15} x_i^5 = 11.8$ . Analizar la consistencia de los estimadores  $\hat{\lambda}_n$  y  $\hat{p}_n$ . Sug: Probar que  $X^5$  tiene distribución exponencial de parámetro  $\lambda$ .

2. (25 puntos) Por la crisis energética el gobierno está pensando en eliminar progresivamente los subsidios a los suministros de luz en los hogares particulares. Se sabe que el consumo de luz por hogar (en  $W$ =watts) es una variable aleatoria con distribución  $N(\mu, \sigma^2)$ . Se toma una muestra de 25 hogares y se obtiene un consumo de luz promedio de 320  $W$  y un desvío estándar muestral de 28  $W$ . Obtener dos intervalos de confianza de nivel exacto 95%:

- (a) (15 puntos) para  $\theta = 3 \ln \mu$  el valor medio de subsidio por hogar (es decir lo que no paga el consumidor sino el Estado Nacional)

- (b) (10 puntos) para  $\sigma$ .

3. (30 puntos) Para decir que una nueva serie de Netflix fue exitosa, debe estudiarse si más del 25% de la audiencia (después de un período inicial de 5 episodios), continúa viendo la serie. En base a una muestra de 400 usuarios de Netflix, se realiza un test de nivel  $\alpha = 0.1$ .
- (10 puntos) Definir las variables aleatorias involucradas, las hipótesis del test, el estadístico de prueba y la regla de decisión para el problema planteado por la famosa marca. ¿Es un test asintótico o exacto?
  - (5 puntos) En una muestra de 400 usuarios se obtuvo que 112 de ellos siguen la serie, ¿puede considerarse que la serie tuvo éxito?
  - (10 puntos) Calcular la potencia del test si el verdadero porcentaje de audiencia que continúa viendo la serie es del 30%?
  - (5 puntos) ¿Cuán grande debería ser la muestra (aproximadamente) para que la probabilidad de cometer un error en la decisión sea menor a 0.15, cuando el verdadero porcentaje de audiencia es del 30%?
4. (15 puntos) Se quiere analizar el tiempo  $T$  de duración en meses de las motherboards de PC que llegaron al servicio técnico por desperfectos. Se tienen 100 computadoras por cada una de tres marcas, que llamaremos A, B y C. Se muestran los histogramas, boxplots y resúmenes para cada una de las tres marcas. Responder de manera concisa y letra clara.
- (5 puntos) A partir de los histogramas, indicar las marcas que corresponden a cada boxplot y a cada resumen no informado.
  - (5 puntos) En las tres marcas los datos tienen aproximadamente el mismo rango. Sin embargo, en dos de las tres marcas los valores entre sus medias (promedios) y medianas respectivas son muy parecidos, mientras que en la marca restante dichas medidas se diferencian un poco más. ¿A qué se puede atribuir ese comportamiento? En esta marca, ¿la mediana es mayor a la media o al revés? ¿Cómo podría explicarse esa diferencia?
  - (5 puntos) ¿Para qué marca, la información que muestra el histograma no se ve reflejada en su boxplot respectivo? ¿Cuál es esa información?

summary(PC)

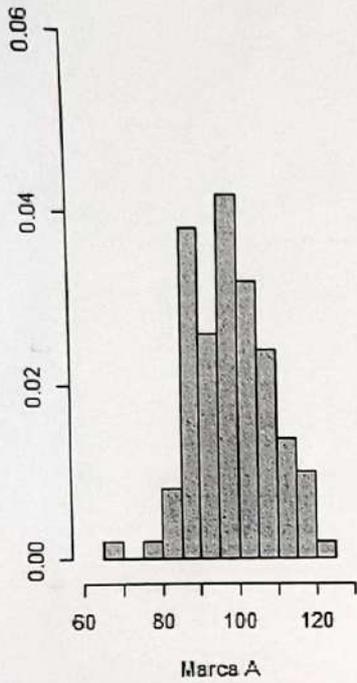
Min.	: 68.00	Min.	: 68.00	Min.	: 68.00
1st Qu.:	70.00	1st Qu.:	79.00	1st Qu.:	90.75
Median	: 73.00	Median	: 94.50	Median	: 99.00
Mean	: 77.29	Mean	: 94.46	Mean	: 98.68
3rd Qu.:	81.00	3rd Qu.:	110.25	3rd Qu.:	105.25
Max.	:121.00	Max.	:122.00	Max.	:121.00

Marca

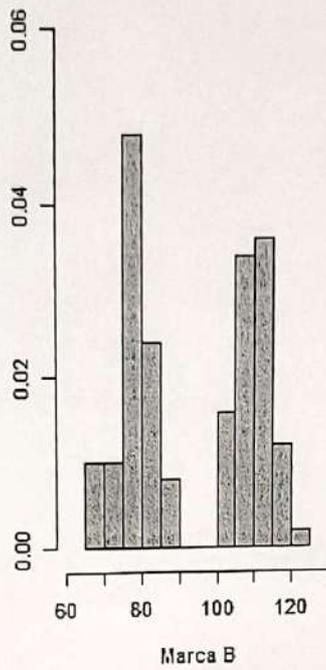
Marca

Marca A

Histograma de Área=1



Histograma de Área=1



Histograma de Área=1

