

1	2	3	4	Calificación

## Probabilidad y Estadística (C)

Recuperatorio Segundo parcial - 13/12/2016

Complete esta hoja y entréguela con el resto del examen. Realizar cada ejercicio en hoja separada. Escribir el nombre en cada una. Al retirarse debe firmar una hoja de asistencia.

APELLIDO Y NOMBRE

Nº DE LIBRETA

mail:...

FIRMA

Turno:

Tarde: 14 a 17 hs

Noche: 19 a 22 hs

Nº de hojas entregadas: 5

Criterio de aprobación: Para aprobar este examen es necesario sumar al menos 60 puntos.

Recuerde definir con palabras los eventos y/o las variables aleatorias involucradas, nombres y parámetros de las distribuciones. Justifique claramente sus afirmaciones.

1. (25 puntos) Supóngase que  $n$  instrumentos electrónicos se usan de la manera siguiente: tan pronto como el primero falla, el segundo empieza a actuar. Cuando el segundo falla, el tercero comienza a actuar, y así sucesivamente. Supóngase que el tiempo para que ocurra la falla de cada uno es una variable aleatoria distribuída exponencialmente con parámetro  $\alpha = 0.1$  horas. Sea  $T$  es el tiempo total de operación de los  $n$  instrumentos.

- (9 p) Aproximar la probabilidad de que  $T$  exceda 350 horas para  $n = 30$  instrumentos.
- (8 p) ¿Cuántos instrumentos se deberían utilizar para que la probabilidad de que el tiempo total de operación de todos los instrumentos supere las 400 horas, con probabilidad aproximadamente superior a 0.9?
- (8 p) Se prueban 30 artículos por separado y se anotan los tiempos en que ocurren las fallas. Aproximar la probabilidad de que menos de 14 artículos fallen antes de que hayan transcurrido 9 horas.

2. (25 puntos) Sea  $X_1, \dots, X_n$  una muestra aleatoria de una variable aleatoria  $X$  con función de densidad:

$$f(x, \mu) = \frac{1}{\mu + 1} e^{-\frac{x-1}{\mu+1}} I_{(1, +\infty)}(x)$$

siendo  $\mu > -1$ .

- (8 p) Encontrar el estimador de máxima verosimilitud de  $\mu$  basado en la muestra.
- (7 p) Hallar el estimador de momentos de  $\mu$ .
- (5 p) Sea  $\beta = E(X)$ . Encontrar el estimador de máxima verosimilitud de  $\beta$  basado en la muestra. Justificar.
- (5 p) ¿Es el estimador de  $\mu$  consistente? Justificar.

3. (25 puntos) (Ejercicio de la práctica) Sea  $X_1, \dots, X_n$  una muestra aleatoria de una población  $\mathcal{E}(\lambda)$ .

- a) (5 p) Probar que  $2\lambda \sum_{i=1}^n X_i$  tiene distribución  $\chi_{2n}^2$ . Indicar claramente qué propiedades utiliza.
- b) (7 p) Hallar un intervalo de confianza para  $\lambda$  de nivel exacto  $1 - \alpha$ .
- c) (5 p) ¿Cuál sería el intervalo de confianza de nivel exacto  $1 - \alpha$  para  $E(X_1)$ ? ¿Cuál es su longitud esperada?
- d) (8 p) Hallar un intervalo de nivel asintótico  $1 - \alpha$  para  $\lambda$ .

4. (25 puntos) Un fabricante de notebooks afirma que el 10% de sus equipos presentará problemas de hardware durante el período de garantía de los mismos. Como se duda de tal afirmación, se quiere realizar un test de hipótesis tal que la probabilidad de concluir que al menos el 10% de las máquinas tienen problemas de hardware cuando en realidad esto no es cierto, sea aproximadamente 0.05.

- a) (12 p) Plantear las hipótesis del test, dar el estadístico de este test e indicar su distribución aproximada suponiendo verdadera la hipótesis nula, y dar la región de rechazo. Se revisaron los reclamos de 225 compradores hechos durante sus períodos de garantía y 31 de estos correspondían a problemas de hardware. ¿Qué decisión toma en base a los datos?
- b) (5 p) Hallar el p-valor aproximado para la muestra obtenida. ¿Para qué niveles de significación se rechaza la hipótesis nula para estos 225 compradores?
- c) (8 p) Aproximar la probabilidad de no rechazar la afirmación del fabricante cuando el porcentaje verdadero de notebooks con problemas de hardware es del 12%.