(1)

Análisis I - 13 de julio de 2013 FCEyN

Libreta: [redacted] **Comisión de Práctica:**

Nombre y Apellido: [redacted] **Carrera:** [redacted]

PRIMER RECUPERATORIO DEL PRIMER PARCIAL

	1	2	3	4	Calificación
Tema A	B/R	[illegible]	B	B	A

Justificar todas las respuestas

Ejercicio 1. Sea $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ dada por

$$f(x,y) = \begin{cases} \ln(1+|x|+|xy|) \cdot \left(\dfrac{x-y}{x^2+y^2}\right) & \text{si } (x,y) \neq (0,0) \\ \\ 0 & \text{si } (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

$a)$ Analizar la continuidad de f en $(0,0)$. *Ayuda: Estudiar el límite* $\lim\limits_{t \to 0} \dfrac{\ln(1+t)}{t}$.
$b)$ Determinar todas las direcciones $v \neq (0,0)$ en $\mathbb{R}^2$, $||v|| = 1$, tales que existe la derivada direccional $\frac{\partial f}{\partial v}(0,0)$. Justificar.

Ejercicio 2. Sea $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ dada por

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{3(x-1)^4 \operatorname{sen}(x-1) - 2(y+2)^5}{4(x-1)^4 + (y+2)^4} & \text{si } (x,y) \neq (1,-2) \\ \\ 0 & \text{si } (x,y) = (1,-2) \end{cases}$$

Analizar la diferenciabilidad de f en $(1,-2)$.

Ejercicio 3. Sea $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ de clase C^2, $g(x,y) = (\ln(x^2+1) + y^2 - 1, \operatorname{sen}(5x) + 2y + e^x)$ y

$$h(x,y) = \cos\left(f \circ g(x,y)\right).$$

Sabiendo que $f(3,5) = \pi$ y que $\nabla f(3,5) = (1,2)$, hallar la ecuación del plano tangente al gráfico de h en $(0,2,h(0,2))$.

Ejercicio 4. Calcular el polinomio de Taylor de segundo orden centrado en $(1,0)$ y escribir la fórmula de Lagrange del resto para la función

$$f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}, \quad f(x,y) = \frac{1}{x^2+y^2}$$