

1	2	3	4	5
B/B <sub>2</sub>	A <sub>1</sub>	A <sub>2</sub>	B	D

CALIF.
A <sub>1</sub>

APELLIDO Y NOMBRE: *Fernando Rodríguez*

LIBRETA:

TURNO:

8 a 11

14 a 17

20 a 22

Algebra I - 2do Cuatrimestre 2010  
1er Recuperatorio - 1er Parcial (10/12/2010)

1. Sea  $X = \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} - \{(0,0)\}$ . Se define en  $X$  la relación

$$(a,b) \mathcal{R} (c,d) \iff ad = bc.$$

- a) Probar que  $\mathcal{R}$  es una relación de equivalencia.  
 (b) Determinar las clases de equivalencia de  $(0,1)$ ,  $(1,2)$  y  $(3,6)$ .

2. Sea la sucesión de números reales definida recursivamente por

$$a_1 = 2, a_2 = 5 \text{ y } a_{n+3} = a_{n+1} + 2\sqrt{a_n - 1} + 3, \forall n \in \mathbb{N}.$$

Conjeturar una fórmula cerrada para  $a_n$  y probar su validez.

3. Contar la cantidad de números naturales de exactamente 4 cifras que son divisibles por 5 y que además satisfacen que la suma de sus dígitos es 10.

4. Sean  $a, b \in \mathbb{Z}$  coprimos. Determinar los posibles valores de  $(a^2 + b^2 : a + b)$ , y para cada valor  $d$  hallado, determinar para cuáles  $a, b \in \mathbb{Z}$  coprimos se tiene  $(a^2 + b^2 : a + b) = d$ .

5. Determinar todos los  $(a,b) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$  que satisfacen simultáneamente

$$9|a, 3|b \text{ y } 22a + 10b = 48.$$

Justifique todas sus respuestas

Complete esta hoja con sus datos y entréguela con el resto del examen