

Nombre y Apellido:

TEMA D

Libreta:

Turno de Práctica:

### PRIMER PARCIAL

8 DE OCTUBRE DE 2011

1	2	3	4	5	Calificación

Nota: Todo debe estar debidamente justificado.

Ejercicio 1. Determinar la existencia y en caso afirmativo calcular el supremo, el ínfimo, el máximo y el mínimo del conjunto

$$A = \left\{ \frac{7n}{5n - 19} : n \in \mathbb{N} \right\}$$

Ejercicio 2. Analizar la existencia de los siguientes límites. En caso afirmativo, compruebe la existencia por definición.

a)

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (-1,0)} \frac{(x+1) \operatorname{sen}^2(y^2 - 2(x+1)^2)}{y^4 - 4(x+1)^4}$$

b)

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{(e^y - 1)^2}{x - y}$$

Ejercicio 3. Analizar la diferenciabilidad en  $(0,0)$  de la función

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{\operatorname{sen}^2(xy)(e^{y^2 + (x^2 + y^2)^{\frac{3}{2}}} - 1)}{(y^2 + (x^2 + y^2)^{\frac{3}{2}})^2} & \text{si } (x, y) \neq (0, 0), \\ 0 & \text{si } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$

Ejercicio 4. Sea  $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f$  de clase  $C^2$  tal que  $f(1, -2) = 1$  y tal que la ecuación del plano tangente al gráfico de  $\frac{\partial f}{\partial x}$  en el punto  $(1, -2, \frac{\partial f}{\partial x}(1, -2))$  es  $z = x + 4y + 3$ . Además, sea  $g: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  definida por  $g(x, y) = (f(x, y), -7 + 5x^2)$  y tal que  $\nabla \left( \frac{\partial f}{\partial y} \circ g \right) (1, -2) = (0, -20)$ . Hallar la ecuación del plano tangente al gráfico de  $f$  en el punto  $(1, -2, f(1, -2))$ . Calcular  $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$  en  $(1, -2)$ .

Ejercicio 5. Sean  $f(x, y) = e^{3x+y}$  y  $\mathcal{T}(x, y)$  el polinomio de Taylor de orden 2 de  $f$  en el punto  $(0, 0)$ .

a) Calcular  $\mathcal{T}(x, y)$  y la forma de Lagrange para el resto.

b) Determinar el máximo error que se comete al aproximar  $f(x, y)$  por  $\mathcal{T}(x, y)$  si