
Álgebra I

Recuperatorio del segundo parcial - 21 de agosto de 2020

Nota importante: justifique todas sus respuestas. Por favor, escriba con tinta con letra clara y legible. No deben tener los apuntes teóricos ni las prácticas al momento del examen (tampoco ningún otro material). El parcial es individual.

Se responderán consultas únicamente de enunciado dirigidas a la cuenta algebra1online2020@gmail.com con el asunto CONSULTAS.

1. Hallar todos los $a \in \mathbb{Z}$ tales que $(23a^{1681} - 56 : 78) = 39$.
2. Hallar el resto de dividir a 2108^{2020} por 286.
3. Para todo $n \in \mathbb{N}$, hallar el resto de dividir por $g = (X - 3i)^2$ al polinomio

$$f = X^{2n+2} - 6iX^{2n+1} - 9X^{2n} + X^2 + (1 - 7i)X - 8.$$

4. Sea $\omega \in G_{68}^*$, es decir, una raíz 68-ésima primitiva de la unidad. Hallar todos los $n \in \mathbb{Z}$ tales que

$$\omega^{13n+33} + \sum_{\ell=0}^{67} \omega^{4\ell} = \omega^{17} + \omega^{34} + \omega^{51}.$$

5. Factorizar como producto de irreducibles en $\mathbb{Q}[x]$, $\mathbb{R}[x]$ y $\mathbb{C}[x]$ al polinomio

$$f = X^8 - X^7 - 5X^6 + 6X^5 + 5X^4 - 9X^3 - 3X^2 + 18$$

sabiendo que

- $-\omega$ es raíz de f para al menos un $\omega \in G_6^*$, es decir, raíz 6-ésima primitiva de la unidad,
- f tiene por lo menos una raíz en común con $g = (X^2 - 2X + 2)(X - 1)^2$.

La resolución deberá ser enviada por correo a la cuenta algebra1online2020@gmail.com con el asunto:

Recuperatorio 2do parcial - NOMBRE APELLIDO - NÚMERO DE LIBRETA UNIVERSITARIA
(ejemplo: Recuperatorio 2do parcial - JUAN PEREZ - 443/19)

Deberán enviar en un único archivo en formato PDF con el siguiente nombre
APELLIDORECU2DOP.pdf (ejemplo: PEREZRECU2DOP.pdf)

Recibiremos resoluciones hasta las 18.30 hs. Por favor evitar múltiples correos.

Se sugiere finalizar el parcial a las 18 hs. y tomarse el tiempo restante para ocuparse de armar el PDF.