Análisis I - Análisis Matemático I - Matemática I - Análisis II (C)

1er. cuatrimestre 2020

Primer Parcial - 08/06/2020

Justifique todas sus respuestas.

Entregue todas las hojas escaneadas y en orden.

1. Sea $\mathcal{C}$ la curva que se obtiene como intersección de las superficies

$$y^2 + z^2 = 9, \qquad\qquad -x + y + z = 0.$$

(a) Hallar una función $r\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}^3$ cuya imagen describa la curva $\mathcal{C}$.

(b) Verificar que el punto $P = (3, 3, 0)$ pertenece a la curva $\mathcal{C}$ y hallar la ecuación de la recta tangente a $\mathcal{C}$ en el punto P.

2. Analizar la existencia de los siguientes límites

(a) $\displaystyle \lim_{(x,y)\to(0,-1)} \frac{x^2(y+1)}{x^3 + (y+1)^3}$,

(b) $\displaystyle \lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{xy\operatorname{sen}(x)}{x^2 + y^2}$.

3. Sea $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definida por $f(x,y) = \sqrt[3]{x^3 + 27y^3}$.

(a) Estudiar la existencia de las derivadas parciales de f en $(0,0)$.

(b) Analizar la diferenciabilidad de f en $(0,0)$.

4. Sea $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ diferenciable tal que su plano tangente en el punto $(1, 4, f(1,4))$ es

$$z = 3x - 2y + 7.$$

Sean $x = g(s,t) = s^2\cos(t)$ e $y = h(s,t) = (2s+t)^2$ y sea $F\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definida por $F(s,t) = f(g(s,t), h(s,t))$.

(a) Calcular $\frac{\partial F}{\partial s}(-1,0)$ y $\frac{\partial F}{\partial t}(-1,0)$.

(b) Calcular la ecuación del plano tangente al gráfico de F en $(-1, 0, F(-1,0))$.