12

1	2	3	4	Nota
9 | 6 / 9 | [illegible]	7 | 5 / 6 | 9	5 | 7 / 0 | X	6 | 2 / 6 | [illegible]	77

Aprobado

TEMA 2

Probabilidad y Estadística (C)

Primer Parcial - 15/05/2014

Complete esta hoja con sus datos y entréguela con el resto del examen. Antes de retirarse debe firmar una hoja de asistencia.

APELLIDO Y NOMBRE: LIBRETA N°:

Turno (tachar lo que no corresponda): Tarde: Ma-Ju 14 a 17 hs. ~~Noche: Ma-Ju 19 a 22 hs.~~

Criterio de aprobación: Para aprobar este examen es necesario reunir 60 puntos.

En los ejercicios donde corresponda, defina con palabras las variables aleatorias involucradas, nombres y parámetros de las distribuciones.

Realizar cada ejercicio en hoja separada. *Enumerar todas las hojas y colocar el número total de hojas entregadas, además escribir el apellido en cada una.*

Justifique claramente sus afirmaciones

1. ***(24 puntos)*** *Se tienen dos urnas numeradas 0 y 1. La urna 0 contiene 7 bolas rojas y 3 azules, mientras que la urna 1 contiene 2 bolas rojas y 8 azules. Se posee además una moneda que tiene probabilidad $\frac{1}{5}$ de salir cara al ser tirada. Se tira la moneda. Si sale cara se elige la urna 1, de lo contrario se elige la urna 0. A continuación se extraen de la urna elegida con reposición 5 bolas.*

   a) *(9 puntos) Calcular la probabilidad de haber extraído exactamente una bola roja.*

   b) *(6 puntos) Calcular la probabilidad de haber elegido la urna 1 si se extrajo exactamente una bola roja.*

   c) *(9 puntos) Sea $R_i = \{La\ i\text{-ésima bola extraída es roja}\}$. ¿Son R_1 y R_2 independientes?*

2. ***(27 puntos)*** *Don Carlos tiene un pequeño almacén en Almagro. Se dedica a vender entre otras cosas productos para celíacos, en particular sin gluten. El primer día de cada mes recibe de su distribuidor 3 bolsas de pan lactal sin gluten, que tienen vigencia hasta el último día de cada mes (luego pasan a estar vencidos y debe retirarlos de la venta). La cantidad de ~~personas~~ bolsas que se solicitan de ese producto durante el mes sigue un proceso de Poisson de parámetro $\lambda = 3$ bolsas por mes.*

   a) *(7 puntos) ¿Cuántas bolsas espera vender al cabo de un mes? ¿Cuál es la demanda esperada al cabo de un año?*

   b) *(5 puntos) Si Don Carlos le paga al distribuidor \$15 por cada bolsa y el precio de venta al público es de \$35, ¿cuál es la probabilidad de que ese producto le produzca pérdida al cabo del mes?*

   c) *(6 puntos) Calcular la probabilidad de que en un año haya exactamente tres meses en los que no pueda cumplir con toda la demanda mensual.*

   d) *(9 puntos) El tiempo en días que tarda un cliente en consumir todo el producto desde que lo compra es una variable aleatoria Z con distribución $N(\mu, 2)$. Calcular la esperanza de Z sabiendo que*

$$\int_{\mu}^{2\mu} f_Z(x)dx = 0.4901,$$

   siendo f_Z la función de densidad de dicha distribución.

3. *(27 puntos) En una materia optativa de la facultad hay 8 alumnos inscriptos. La materia se da los lunes y miércoles de 19hs a 22hs. El horario de llegada X de uno de estos alumnos al curso se puede modelar con la siguiente función de densidad*

$$f_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{e^4-1} e^{22-x} & \text{si } 18 \leq x \leq 22 \\ 0 & \text{si caso contrario} \end{cases}$$

Supongamos además que los horarios de llegada de cada uno de los alumnos son independientes y tienen la misma distribución.

a) *(5 puntos) Calcular la probabilidad de que un alumno llegue tarde.*

b) *(7 puntos) Calcular la probabilidad de que la clase comience con al menos la mitad de los alumnos.*

c) *La nota de concepto que tiene el alumno en la materia (nota que no aparece en ningún lado pero que no significa que no exista) depende del tiempo de llegada X.*

   i) *(7 puntos) Suponga que la nota de concepto es*

$$N_1(X) = \begin{cases} 10 & \text{si } X \leq 19 \\ 28 - X & \text{si } X > 19 \end{cases}$$

   Calcular la nota de concepto esperada del alumno.

   ii) *(8 puntos) Si la nota de concepto es ahora*

$$N_2(X) = \frac{1}{15} e^{22-X} + 6\,.$$

   Hallar la función de densidad de la variable aleatoria $N_2(X)$. ¿Qué distribución conocida tiene?

4. *(22 puntos) Alberto y Juana juegan a embocar una pelota de basquet en un aro.* ***Tiran una vez cada uno y el primero que emboca gana el juego.*** *Empieza Alberto que tiene probabilidad $\frac{1}{2}$ de acertar en cada tiro que hace. Luego tira Juana, cuya probabilidad de acertar es $\frac{3}{5}$. Supongamos que los resultados de los sucesivos lanzamientos son independientes.*

a) *(8 puntos) Calcular la función de probabilidad puntual del número total de lanzamientos.*

b) *(6 puntos) ¿Qué probabilidad tiene Alberto de ganar el juego? ¿Y Juana?*

c) *(8 puntos) Si deciden repetir el juego hasta que Alberto gane dos veces exactamente, calcular la probabilidad de que esto ocurra con Juana ganando a lo sumo tres veces.*

Ejercicio 1:

7R		2R
3A		8A
urna 0		urna 1

p_0 = prob. de sacar una roja en la urna $0 = \frac{7}{10} = 0{,}7$

p_1 = prob. de sacar una roja en la urna $1 = \frac{2}{10} = \frac{1}{5} = 0{,}2$

Defino
- C = sale cruz en la moneda

  $P(C) = \frac{4}{5}$ $\quad$ $P(C^c) = 1 - \frac{4}{5} = \frac{1}{5}$

- A = cant. de bolas rojas extraídas en 5 extracciones de la urna 0.
- B = cant. de bolas rojas extraídas en 5 extracciones de la urna 1.
- X = cant. de bolas rojas extraídas en el experimento enunciado.

Como son extracciones con reposición, es como repetir 5 veces el experimento de sacar una bola con cierta prob. de que sea roja (dado que ya elegí la urna) y cada extracción es indep. de la otra, entonces:

$$A \sim Bi(5, p_0) \qquad B \sim Bi(5, p_1)$$

a) Me piden

$$P(X=1) \underset{\text{prob. Total}}{=} P(X=1|C)P(C) + P(X=1|C^c)P(C^c) =$$

$$= P(A=1)P(C) + P(B=1)P(C^c) \underset{\text{puntuales de las binomiales}}{=}$$

$$= \binom{5}{1}\frac{7}{10}\left(1-\frac{7}{10}\right)^{5-1}\cdot\frac{4}{5} + \binom{5}{1}\frac{1}{5}\left(1-\frac{1}{5}\right)^{5-1}\frac{1}{5} =$$

$$= 5 \cdot 0{,}7(0{,}3)^4 0{,}8 + 5 \cdot 0{,}2(0{,}8)^4 0{,}2 = 0{,}02268 + 0{,}08192$$

$$= \boxed{0{,}1046}$$

b) Me piden

$$P(C^c \mid X=1) \underset{\text{Bayes}}{=} \frac{P(X=1\mid C^c)P(C^c)}{P(X=1\mid C^c)P(C^c)+P(X=1\mid C)P(C)} =$$

$$= \frac{P(B=1)P(C^c)}{P(B=1)P(C^c)+P(A=1)P(C)} \underset{\text{todos ya los calculé en el punto anterior}}{=} \frac{0{,}08192}{0{,}08192+0{,}02268} =$$

$$= \boxed{0{,}783}$$

c) $B_i = \{$La i-ésima bola extraída es roja$\}$

B_1 y B_2 ~~son independ~~ en principio no son independientes porque si en la primera salió roja, hay mas chances de que se haya sacado de la urna 0, lo que me dá más chances de que la segunda sea roja.

- $P(\text{salga Roja en la segunda}) = P(\text{salga Roja en } 0)P(C) + P(\text{salga Roja en } 1)P(C^c)$

$$P(R_1) = P(R_2) = \frac{7}{10}\frac{4}{5} + \frac{1}{5}\frac{1}{5} = 0{,}56 + 0{,}04 = \boxed{0{,}6}$$

- $P(\underbrace{\text{salga Roja en la } 2^{\circ}}_{R_2} \mid \underbrace{\text{salió Roja en la } 1^{\circ}}_{R_1}) = P(R_2 \mid R_1) =$

$$\frac{P(R_2\cap R_1)}{P(R_1)} = \frac{2/5}{6/10} = \boxed{\frac{2}{3}}$$

- $P(R_2\cap R_1) \underset{\text{P. Total}}{=} \left(\frac{7}{10}\right)^2 P(C) + \left(\frac{1}{5}\right)^2 P(C^c) = \frac{49}{100}\cdot\frac{4}{5} + \frac{1}{25}\cdot\frac{1}{5} = \frac{49}{125} + \frac{1}{125}$

$$= \frac{2}{5}$$

$$\boxed{P(R_2) \neq P(R_2\mid R_1)}$$

Ejercicio 2:

- X = cant. de bolsas que se solicitan en 1 mes

$X \sim \mathcal{P}(\lambda_x = 3 \times 1)$

- V = cant. de bolsas vendidas en 1 mes.

$R_V = \{0,1,2,3\}$

	P_V
0	$P(X=0) = \frac{e^{-3}3^0}{0!} = e^{-3} = 0{,}05$
1	$P(X=1) = \frac{e^{-3}\cdot 3^1}{1!} = e^{-3}\cdot 3 = 0{,}15$
2	$P(X=2) = \frac{e^{-3}3^2}{2!} = \frac{e^{-3}9}{2} = 0{,}225^4$
3	$P(X \geq 3) = 1 - P(X<3) = 1 - P(X=0) - P(X=1) - P(X=2) = 0{,}575$

a) ¿cuántas bolsas espera vender al cabo de un mes?

$$E(V) = \sum_{k=0}^{3} k\, P(V=k) = 0 \times 0{,}05 + 1 \times 0{,}15 + 2 \times 0{,}225 + 3 \times 0{,}575 = 0{,}15 + 0{,}45 + 1{,}725 = \boxed{2{,}325}$$ ✓

¿Cuál es la demanda esperada al cabo de un año?

Si Y = demanda de bolsas (cuántas se soliciten) en 12 meses

Como la demanda de bolsas es un proceso de Poisson,

$$Y \sim \mathcal{P}(\lambda \times 12) = P(3 \times 12)$$

y me piden $E(Y) = 3 \times 12 = \boxed{36.}$ ✓

b) Si defino W = ganancia neta de Don Carlos en 1 mes.

$$W = 35V - 45$$

$$R_W = \{-45, -5, 25, 60\}$$

me piden $P(W<0) = P(W=-45) + P(W=-5) =$ ✓

$$= P(X=0) + P(X=1) = 0{,}05 + 0{,}15 = \boxed{0{,}2}$$

c) Defino:

- T = cant. de meses, entre los 12, que la demanda sea mayor que 3.

Si p_t = prob. de que en un mes no pueda cumplir con la demanda

$$= P(X>3) = 1 - P(X \leq 2) = 1 - P(X=0) - P(X=1) - P(X=2) - P(X=3)$$

$$= 1 - 0{,}05 - 0{,}15 - 0{,}225 - 0{,}225 = 0{,}35$$

Entonces $T \sim Bi(12, 0{,}35)$ y me piden

$$P(T=3) = \binom{12}{3} 0{,}35^3 (1-0{,}35)^{12-3} = 220 \cdot 0{,}043 \cdot (0{,}65)^9$$

$$= 220 \cdot 0{,}043 \cdot 0{,}02 = \boxed{0{,}1892}$$

d) $Z \sim N(\mu, 2)$

~~primero~~ hallo μ sabiendo:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f_Z(z)\,dz = 1 \quad y \quad \int_{\mu}^{2\mu} f_Z(x)\,dx = 0{,}4901$$

pero $$\int_{\mu}^{2\mu} f_Z(x)\,dx = F_Z(2\mu) - F_Z(\mu) = P(Z \leq 2\mu) - P(Z \leq \mu) =$$

$$= P\Big(\underbrace{\frac{Z-\mu}{\sqrt{2}}}_{\sim N(0,1)} \leq \frac{2\mu-\mu}{\sqrt{2}}\Big) - P\Big(\underbrace{\frac{Z-\mu}{\sqrt{2}}}_{\sim N(0,1)} \leq \frac{\mu-\mu}{\sqrt{2}}\Big) = \phi\Big(\frac{\mu}{\sqrt{2}}\Big) - \phi(0) =$$

$$= \phi\Big(\frac{\mu}{\sqrt{2}}\Big) - 0{,}5$$

$$y \quad \phi\Big(\frac{\mu}{\sqrt{2}}\Big) - 0{,}5 = 0{,}4901$$

$$\Leftrightarrow \phi\Big(\frac{\mu}{\sqrt{2}}\Big) = 0{,}4901 + 0{,}5$$

$$\Leftrightarrow \phi\Big(\frac{\mu}{\sqrt{2}}\Big) = 0{,}9901$$

$$\Leftrightarrow \frac{\mu}{\sqrt{2}} = 2{,}33 \quad \text{(por tabla)}$$

$$\Leftrightarrow \mu = 2{,}33 \times \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow E(Z) = \mu = \boxed{3{,}295}$$

Ejercicio 3:

X = horario de llegada de un alumno

a) Piden $P(X > 19) = P(\text{llegue despues que empieza la clase})$

$= 1 - P(X \leq 19) = ⊛$

• $P(X \leq 19) = \int_{-\infty}^{19} f_x(x)\,dx = \int_{-\infty}^{19} \frac{e^{22-x}}{e^4-1} \mathbb{1}_{(18,22)}(x)\, dx =$

$= \int_{18}^{19} \frac{1}{e^4-1} e^{22-x} dx = \underbrace{\frac{1}{e^4-1}}_{0,018} \left(\frac{e^{22-x}}{-1} \right)\Big|_{18}^{19} = 0,018 \left(-e^{22-19} + e^{22-18}\right)$

$= 0,018(-20,08 + 54,59) \approx \boxed{0,62}$

$⊛ = 1 - 0,62 = \boxed{0,38}$

b) Defino: Y = cant. de alumnos entre los 8 que llegan tarde

que un alumno llegue tarde es indep. de que otro lo haga $\Rightarrow$

$Y \sim Bi(8, \underbrace{0,38}_{\text{resultado anterior.}})$

Me piden $P(Y \leq 4)$ (los que llegen tarde son la mitad o menos)

$P(Y \leq 4) = P(Y=0) + P(Y=1) + P(Y=2) + P(Y=3) + P(Y=4)$

$= \sum_{k=0}^{4} \binom{8}{k} 0,38^k (0,62)^{8-k} = 0,62^8 + 8.0,38(0,62)^7 +$

$+ 28.0,38^2(0,62)^6 + 56.0,38^3(0,62)^5 + 70.0,38^4.0,62^4$

$= 0,045 + 0,107 + 0,229 + 0,281 + 0,215 = \boxed{0,877}$

c) i) $N_1(X) = \begin{cases} 10 & X \leq 19 \\ 28 - X & X > 19 \end{cases}$

me piden $E(N_1)$ y sé que la $P(X \leq 19) = 0,62$

NO es cierto. $E(N_1) = \int_{18}^{19} 10 f_X + \int_{19}^{22} (28-x) f_X =$

$= 10 \int_{18}^{19} f_X + 28 \int_{19}^{22} f_X - \int_{19}^{22} x f_X = 10 \underbrace{P(X \le 19)}_{0{,}62} + 28 \underbrace{P(X > 19)}_{0{,}38} - \underbrace{\int_{19}^{22} x f_X}$.

$\simeq 0{,}62 \times 10 + 0{,}38 \times (28 - E(X)) \stackrel{?}{=} E(N_1)$

Esto NO es la ESPERANZA de X, porque debe integrarse entre 19 y 22, no entre 18 y 22.

$E(X) = \int_{18}^{22} \frac{1}{e^4 - 1} e^{22-x} x \, dx = \frac{1}{e^4-1} \int_{18}^{22} e^{22-x} x \, dx =$

ii) $\cancel{N_2(X) = \frac{1}{15} e^{22-x} + 6 \qquad X = 22 - \ln(15N - 6 \cdot 15)}$

Ejercicio 4:

a) X = número total de lanzamientos

$$p_X(k) = \begin{cases} \left(\frac{1}{2}\right)^{\left(\frac{k+1}{2}\right)} \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^{\left(\frac{k-1}{2}\right)} & k \text{ impar} \\ \left(\frac{2}{5}\right)^{\frac{k}{2}} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{k/2} & k \text{ par} \end{cases}$$

NO. Tiene que ganar el último!

b) Que Alberto gane significa que se hicieron un nº impar de jugadas; y Juana el complemento...

¿Y cómo se hace?

c) si la prob. de que Alberto gane es P_B y de que Juana gane, $1 - P_B = P_J$.

Z = cant de juegos hasta que Alberto gane 2 veces.

$Z \sim BN(2, P_B)$ (exito: que Alberto gane)

y lo que me piden es

$$P(Z \geq 5) = 1 - P(Z \leq 4) = 1 - P(Z=2) - P(Z=3) - P(Z=4) = 1 - \sum_{k=2}^{4} \binom{k-1}{2-1} P_B^2 (1-P_B)^{k-2}$$

NO! ≤ 5

$$= 1 - \sum_{k=2}^{4} (k-1) P_B^2 (1-P_B)^{k-2} =$$

(el caso $Z = 0$ y 1 no pueden ser si los éxitos r son 2)

12 1

15/05/14

1.

| 7R |
| 3A |

0

| 2R |
| 8A |

1

CARA $\nearrow$ 1, $\searrow$ 0   5 bolas c/ repo

C: Sale cara $P(C) = \frac{1}{5}$

X: # bolitas rojas en las 5 extrac c/ repo

X_i: # bolitas rojas en las 5 extrac c/ repo obtenidas en la urna i

a) $i = 0, 1$ $X_0 \sim Bi\left(5, \frac{7}{10}\right)$, $X_1 \sim Bi\left(5, \frac{1}{5}\right)$

$$P(X=1) = P(X=1|C)P(C) + P(X=1|C^c)P(C^c)$$

$$= \binom{5}{1}\frac{7}{10}\left(\frac{3}{10}\right)^4 \frac{4}{5} + \binom{5}{1}\frac{1}{5}\left(\frac{4}{5}\right)^4\frac{1}{5} = 0.1046$$

b)

$$P(C|X=1) = \frac{P(X=1|C)P(C)}{P(X=1)}$$

$$= \frac{0.02268}{0.1046} = 0.2168$$

c)

c/repo

$$P(R_1) = P(R_2) = P(R_2|C)P(C) + P(R_1|C^c)P(C^c) = \frac{2}{10}\frac{1}{5} + \frac{7}{10}\frac{4}{5} = 0.6$$

$$P(R_1 \cap R_2) = P(R_1 \cap R_2|C)P(C) + P(R_1 \cap R_2|C^c)P(C^c)$$

$$= \left(\frac{2}{10}\right)^2 \frac{1}{5} + \left(\frac{7}{10}\right)^2 \frac{4}{5} = \frac{2}{5}$$

$$P(R_1 \cap R_2) \neq P(R_1)P(R_2)$$

$$\frac{2}{5} \neq \left(\frac{3}{5}\right)^2$$

12 2

2.

X_t: # bolsas de pan en t meses

$X_t \sim \mathcal{P}(3t)$

a) V: # bolsas que vende en un mes

$X_1 \sim \mathcal{P}(3)$

$P_V(0) = e^{-3}$

$P_V(1) = 3e^{-3}$

$P_V(2) = \frac{9e^{-3}}{2}$

$P_V(3) = 1 - F_V(2) = 1 - e^{-3}(1+3+\frac{9}{2})$

$E(V) = 3e^{-3} + 9e^{-3} + 3(1 - \frac{17}{2}e^{-3})$

$= 2.3279$

$\ddot{\cdot}\ X_{12} \sim \mathcal{P}(36)\ ,\ E(X_{12}) = 36$

b)

$$G = \begin{cases} -45 + 35X_1 & X_1 < 3 \\ 60 & X_1 \geq 3 \end{cases}$$

$R_G = \{-45, -10, 25, 60\}$

$P(\text{pérdida}) = P_G(-45) + P_G(-10)$

$= P_{X_1}(0) + P_{X_1}(1) = e^{-3} + 3e^{-3}$

$= 0.1991$

ⓒ W: # meses en que no pueda cumplir con la demanda mensual de un total 12 meses

$$W \sim Bi(12, \underbrace{P(X_1 > 3)}_{=\,1 - F_{X_1}(3)})$$

$$= 1 - \left(e^{-3} + 3e^{-3} + \frac{3^2}{2}e^{-3} + \frac{3^3}{6}e^{-3}\right) = 0.3528$$

$P(W=3) = \binom{12}{3}(0.3528)^3(0.6472)^9$

$= 0.1925$

12 3

d) $\int_{\mu}^{2\mu} f_Z(x)\,dx = 0.4901$

$F_Z(2\mu) - F_Z(\mu) = 0.4901$

$\phi\left(\frac{\mu}{\sqrt{2}}\right) - \phi(0) = 0.4901$

$\phi\left(\frac{\mu}{\sqrt{2}}\right) = 0.9901$

$\frac{\mu}{\sqrt{2}} = 2.33$

$\mu = 2.33 * \sqrt{2}$

3.

OPTATIVA $\angle$ LU, MI 19-22, 8 ALU

a) $\boxed{P(\text{TEMPRANO})} = \int_{18}^{19} \frac{1}{e^4-1} e^{22-x}\,dx$

$= \frac{e^{22}}{e^4-1}\left[-e^{-x}\right]_{18}^{19} = \boxed{0.64391}$

$$P(\text{TARDE}) = 0.35609$$

W: # alumnos que llegan temprano de un total de 8

$$W \sim Bi(8, 0.64391)$$

$$P(W \geq 4) = 1 - P(W < 4)$$
$$= 1 - P(W \leq 3) = 0.8867$$

c)

$$E(N_1) = \int_{18}^{22} N_1(x) f_X(x)$$

$$= \int_{18}^{19} 10 * \frac{1}{e^4 - 1} e^{22-x} dx + \int_{19}^{22} \frac{(28-x)}{e^{-4}-1} e^{22-x} dx$$

$$= 6.4391 + 2.9047$$

(12) 4

d)

$$F_{N_2}(x) = P\left(\frac{1}{15}e^{22-X} + 6 \leq x\right)$$

$$= P\left(e^{22-X} \leq 15(x-6)\right)$$

$15(x-6) \geq 1$

$x-6 \geq \frac{1}{15}$

$x \geq \frac{91}{15}$

$$\overset{\frac{91}{15}}{=} P\left(-X \leq \ln[15(x-6)] - 22\right)$$

$$= P\left(X \geq -\ln[15(x-6)] + 22\right)$$

$$= 1 - P\left(X < -\ln[15(x-6)] + 22\right)$$

$$\overset{X \text{ v.a. cont}}{=} 1 - F_X\left(-\ln[15(x-6)] + 22\right)$$

derivando

$$f_{N_2}(x) = \cancel{-} f_X\left(-\ln[15(x-6)] + 22\right)\left(\frac{\cancel{-}\cancel{15}}{\cancel{15}(x-6)}\right)$$

$$f_X\left(-\ln[15(x-6)] + 22\right) = \frac{1}{e^4-1} e^{\cancel{22} + \ln(15(x-6)) - \cancel{22}}$$

$$= \frac{1}{e^4-1} * 15(x-6) \Leftrightarrow 18 \leq -\ln(15(x-6)) + 22 \leq 22$$

$$-4 \leq -\ln(15(x-6)) \leq 0$$

$$1 \leq 15(x-6) \leq e^4$$

$$\frac{1}{15} + 6 \leq x \leq \frac{e^4}{15} + 6$$

$$f_{N_2}(x) = \frac{1}{e^4-1} * 15 \cancel{(x-6)} * \frac{1}{\cancel{(x-6)}} \, I_{\left[\frac{91}{15}, \frac{e^4+90}{15}\right]}(x)$$

$$N_2 \sim U\left[\frac{91}{15}, \frac{e^4+90}{15}\right]$$

4. T: # tiros hasta que emboque alguno de los dos

$$P_T(1) = \left(\frac{1}{2}\right)^1$$

$$P_T(2) = \left(\frac{1}{2}\right)^1 \left(\frac{3}{5}\right)^1 \left(\frac{2}{5}\right)^0$$

$$P_T(3) = \frac{1}{2} \frac{2}{5} \frac{1}{2} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \left(\frac{2}{5}\right)^1 \left(\frac{3}{5}\right)^0$$

$$P_T(4) = \frac{1}{2} \frac{2}{5} \frac{1}{2} \frac{3}{5} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 * \left(\frac{2}{5}\right)^1 * \left(\frac{3}{5}\right)^1$$

~~K impar~~

$$\cancel{P_T(K) = \left(\frac{3}{5}\right)^0 \left(\frac{1}{2}\right)^{K-1} \left(\frac{2}{5}\right)}$$

~~K par~~

$$P_T(5) = \frac{1}{2} \frac{2}{5} \frac{1}{2} \frac{2}{5} \frac{1}{2} = \left(\frac{1}{2}\right)^3 \left(\frac{2}{5}\right)^2$$

$$\cancel{P_T(K) =}$$

$$P_T(6) = \left(\frac{1}{2}\right)^3 \left(\frac{2}{5}\right)^2 \left(\frac{3}{5}\right)$$

12 5

K impar

$$P_T(K) = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{K+1}{2}} \left(\frac{2}{5}\right)^{\frac{K-1}{2}}$$

K par

$$P_T(K) = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{K}{2}} \left(\frac{2}{5}\right)^{\frac{K-2}{2}} \left(\frac{3}{5}\right)^{1}$$

$$P_T(K) = \begin{cases} \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{K}{2}} \left(\frac{2}{5}\right)^{\frac{K-2}{2}} \left(\frac{3}{5}\right) & K = 0(2) \\ \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{K+1}{2}} \left(\frac{2}{5}\right)^{\frac{K-1}{2}} & K \neq 0(2) \end{cases}$$

ALBERTO GANA

$$\sum_{j=1}^{+\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{2j-\cancel{1}+1}{2}} \left(\frac{2}{5}\right)^{\frac{2j-1-1}{2}} = \sum_{j=1}^{+\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^{j} \left(\frac{2}{5}\right)^{j-1}$$

$$= \frac{5}{2} \sum_{j=1}^{+\infty} \frac{1}{\cancel{2^j}} \frac{\cancel{2^j}}{5^j} = \frac{5}{2} \left(\sum_{j=0}^{+\infty} \left(\frac{1}{5}\right)^{j} - 1 \right)$$

$$= \frac{5}{2} \left(\frac{1}{1-\frac{1}{5}} - 1 \right) = \frac{5}{2} \left(\frac{5}{4} - 1 \right) = \frac{5}{2} \frac{1}{4}$$

$$= \frac{5}{8}$$

$$\sum_{j=1}^{+\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{2j}{2}} \left(\frac{2}{5}\right)^{\frac{2(j-1)}{2}} \frac{3}{5}$$

$$= \cancel{\frac{5}{2}} \, \frac{3}{\cancel{5}} \sum_{j=1}^{+\infty} \left(\frac{1}{5}\right)^{j} = \frac{3}{2} \, \frac{1}{4} = \frac{3}{8}$$

$P(\text{gana Alberto}) = \frac{5}{8}$

$P(\text{'' Juana}) = \frac{3}{8}$

c) W: # repeticiones hasta que Alberto gana 2 veces

$W \sim BN\left(2, \frac{5}{8}\right)$

$$P(W \leq 5) = \sum_{i=2}^{5} \binom{i-1}{1} \left(\frac{5}{8}\right)^2 \left(\frac{3}{8}\right)^{i-2}$$

_ _ _ _ A