

Álgebra 1

Primer cuatrimestre 2020

Primer parcial

Nombre y apellido:
Libreta universitaria:
Grupo:	<input type="checkbox"/> G1 <input type="checkbox"/> G2 <input type="checkbox"/> G3 <input type="checkbox"/> G4 <input type="checkbox"/> G6

1. Pruebe que para todo entero $n \geq 0$ se tiene que $\sum_{k=1}^{3^n} \frac{1}{k} \geq 1 + \frac{2n}{3}$.
2. ¿De cuántas formas se pueden ordenar las letras de la palabra FIBONACCI de manera tal que no haya dos letras C seguidas?
3. Pruebe que si a y b son dos enteros tales que $(a : b) = 3$, entonces la expresión

$$(11a - 7b : 4a + 3b)$$

puede tomar exactamente dos valores. Encuéntrelos y muestre que efectivamente esos valores ocurren.

4. Sea \mathcal{F} el conjunto de todas las funciones $\{1, 2, 3, 4, 5\} \rightarrow \{1, 2, \dots, 10\}$ que son estrictamente crecientes.
 - (a) ¿Cuántos elementos tiene el conjunto \mathcal{F} ?
 - (b) Pruebe que conjunto

$$R = \{(f, g) \in \mathcal{F} \times \mathcal{F} : f(1) + f(5) = g(1) + g(5)\}$$

es una relación de equivalencia en \mathcal{F} .

- (c) Considere la función

$$h : \{1, 2, 3, 4, 5\} \longrightarrow \{1, 2, \dots, 10\}$$
$$x \longmapsto 2x$$

que es un elemento del conjunto \mathcal{F} . ¿Cuántos elementos tiene la clase de equivalencia de h con respecto a la relación R de la parte (b)?

5. Sabiendo que el resto de la división de a por 12 es 7, calcular el resto de la división de $5a^2 + 38$ por 40.

Justifique todas sus respuestas