

1	2	3	4	5

CALIF.

APELLIDO Y NOMBRE:

LIBRETA:

E-MAIL:

Álgebra I - Verano 2016

Prefinal (11/03/2016)

1. Sea $X = \{n \in \mathbb{N} : n \leq 2016\}$. Definimos la relación \mathcal{R} en $\mathcal{P}(X)$ dada por

$$ARB \Leftrightarrow \#(A \Delta B) \leq 4.$$

Decidir si es una relación de equivalencia. Para $A = \{4, 8, 15, 16, 23, 42\}$ hallar la cantidad de $B \in \mathcal{P}(X)$ tales que ARB .

2. Sea $F_0 = 0$, $F_1 = 1$ y $F_{n+1} = F_n + F_{n-1}$ la sucesión de Fibonacci. Probar que para todo n natural se tiene que

$$\begin{cases} F_{2n-1} = F_n^2 + F_{n-1}^2 \\ F_{2n} = F_n(F_n + 2F_{n-1}). \end{cases}$$

3. Sean $a, b \in \mathbb{Z}$ tales que $(a : b) = 5$. Calcular los posibles valores de $(ab : 5a - 10b)$ y dar un ejemplo para cada uno de ellos.

4. Hallar todos los primos p tales que $p \mid 2^{p-2} + 3^{p-2} + 6^{p-2} - 1$.

5. Hallar todos los $a \in \mathbb{C}$ para los cuales al menos una de las raíces de

$$f = X^6 + X^5 - 3X^4 + 2X^3 + X^2 - 3X + a$$

sea una raíz sexta primitiva de la unidad.

Para cada valor de $a \in \mathbb{Q}$ hallado, factorizar f en $\mathbb{Q}[X]$, $\mathbb{R}[X]$ y $\mathbb{C}[X]$.

LAS RESPUESTAS TIENEN QUE ESTAR DEBIDAMENTE JUSTIFICADAS