Análisis I - Análisis Matemático I - Matemática I - Análisis II (C)

2do. cuatrimestre 2020

Segundo Recuperatorio del Primer Parcial - 21/12/2020

Justifique todas sus respuestas.

Entregue todas las hojas escaneadas y en orden.

1. Sea $\mathcal{C}$ la curva que se obtiene como intersección de las superficies

$$z^2 = x^2 + y^2, \qquad\qquad x = 1 + z.$$

(a) Hallar una función $r\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}^3$ cuya imagen describa la curva $\mathcal{C}$. Calcular $Dom(r)$.

(b) Verificar que el punto $P = (0, 1, -1)$ pertenece a la curva $\mathcal{C}$ y hallar la ecuación de la recta tangente a $\mathcal{C}$ en el punto P.

2. Analizar la continuidad de las siguientes funciones en el punto indicado.

(a) $$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{\operatorname{sen}(x^4 - y^4)}{x^2 + y^2} & \text{si } (x,y) \neq (0,0), \\[2ex] 0 & \text{si } (x,y) = (0,0). \end{cases}$$ En el punto (0,0)

(b) $$g(x,y) = \begin{cases} \dfrac{(x-1)(y-3)}{(x-1)^2 + (y-3)^2} & \text{si } (x,y) \neq (1,3), \\[2ex] 0 & \text{si } (x,y) = (1,3). \end{cases}$$ En el punto (1,3)

3. Analizar la diferenciabilidad de la siguiente función en todo su dominio

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x^2 y - \operatorname{sen}(x^3)}{x^2 + \frac{1}{3}y^2} + 2 & \text{si } (x,y) \neq (0,0) \\[2ex] 2 & \text{si } (x,y) = (0,0). \end{cases}$$

4. Sean $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ y $g\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dos funciones derivables. Probar que si

$$z = f(x + 2t) + g(x - 2t),$$

entonces se verifica la siguiente identidad

$$\frac{\partial^2 z}{\partial t^2} = 4\,\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$$

Sugerencia: tomar $u = x + 2t$, $v = x - 2t$