

# Final de Álgebra I

1/07/2018

1. Sea  $f : \mathbb{Z}^2 \rightarrow \mathbb{Z}$  tal que  $f(a, b) = 16a - 10b$ . Calcule la imagen de  $f$  y halle  $f^{-1}(\{6\})$ .
2. Se dispone de una caja de lápices de 12 colores diferentes. Usaremos estos lápices para pintar cuadrados de modo tal que cuadrados adyacentes (es decir, con lados en común) deben pintarse de colores diferentes.
  - a) De cuántas maneras es posible colorear los 4 cuadrados de la siguiente figura?



- b) Si  $n > 2$ , de cuántas maneras es posible colorear los  $2n$  cuadrados de la figura siguiente?



2 filas

$n$  columnas

3. Sean  $a, b$  enteros tales que el resto de dividir  $a$  por  $b$  es 24 y el resto de dividir  $3b$  por 72 es 48, determine  $(a : b)$ .
4. Calcule la suma de las raíces primitivas de  $G_{77}$ .
5. a) Hallar polinomio mónico de grado 3 tal que:
  - El producto de sus raíces es 2
  - La suma de las raíces de  $f'$  es  $-\frac{2}{3}$
  - $f(-1) = 1$
- b) Factorizar el polinomio hallado en  $\mathbb{Q}[x]$ ,  $\mathbb{R}[x]$  y  $\mathbb{C}[x]$ .