Final Análisis 21/12/16

22 de diciembre de 2016

Ejercicio 1:
Sea $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ estrictamente positiva, f es de clase C^1 y $f'(x) > 0$ para $x \geq x_0$. Probar que

$$\int_0^{+\infty} f(t)dt$$

diverge.
Ejercicio 2:
Sea $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ de clase C^1 tal que
$Im(f) \subset A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x + y = 0\}$. Probar que Df no es inversible en ningún punto.
Ejercicio 3:
Probar que $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ es continua si y solo si para toda sucesión $\{P_k\}_{k\in\mathbb{N}}$ tal que $\lim_{k\to+\infty} P_k = P$ se verifica que $\lim_{k\to+\infty} f(P_k) = f(P)$.
Ejercicio 4:
Sea $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ de clase C^2 tal que:

$$g(x, y) \leq f(x, y)$$

y $g(0, 1) = f(0, 1)$, donde $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ es de clase C^2 y cumple:
$\nabla g(0, 1) = 0$ y $Hg(0, 1)$ es definido positivo. Verificar que f tiene un mínimo local en (0,1).