



¡Excelente!

1	2	3	4	Calificación
B	B	B	B	10 (100%)

APELLIDO Y NOMBRE: Kiszkurko Nicolás NO. DE LIBRETA: [redacted]

TURNO:  A-K 11 a 14 hs  L-Z 11 a 14 hs  16 a 19 hs  17 a 20 hs

CARRERA: Lic. en Ciencias de Datos (LCO) 6 hojas

### Álgebra I

Segundo Cuatrimestre - Primer parcial - 21/10/2023

Ejercicio 1. Consideremos el conjunto  $X = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ . Sean  $\mathcal{F} = \{f : X \rightarrow X / f \text{ es función}\}$  y  $\mathcal{R}$  la relación en  $\mathcal{F}$  definida por

$$f \mathcal{R} g \iff f(n) \leq g(n), \text{ para todo } n \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}.$$

a) Determinar si  $\mathcal{R}$  es una relación reflexiva, simétrica, transitiva y/o antisimétrica.

b) Sea  $h \in \mathcal{F}$  la función definida como:

$$h(n) = r_3(n), \text{ para todo } n \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}.$$

Es decir,  $h$  es la función que a cada  $n$  le asigna su resto en la división por 3. Calcular el cardinal del conjunto

$$\{f \in \mathcal{F} / \exists \delta \in \text{Im}(f) \text{ y } f \mathcal{R} h\}.$$

Ejercicio 2. Probar que  $\prod_{k=1}^n \frac{10k-5}{2k} > n 3^{n-1}$  para todo  $n \in \mathbb{N}$ .

Ejercicio 3. Sea  $n \in \mathbb{N}$ .

a) Probar que  $5 \mid 81^n - 45 - 11n^3 - 22n - 33n^2 \iff n \equiv 1 \pmod{5}$ .

b) Calcular  $(81^n - 45 - 11n^3 - 22n - 33n^2 : 30)$  para cada  $n \in \mathbb{N}$ .

Ejercicio 4. Determinar todos los enteros positivos  $n \leq 30000$  tales que  $(n : 5184) = 1728$  y que tienen exactamente 56 divisores positivos.

Complete esta hoja con sus datos y entréguela con el resto del examen. Justifique todas sus respuestas, no omita detalles, y sea claro al escribir.