1	2	3	4	Calificación
21	18	9	8	56

A⁻

(El 2° Recu tiene que estar APROBADO)

TEMA 1

Probabilidad y Estadística (C)

Recuperatorio del primer parcial - 12/07/2016

Complete esta hoja y entréguela con el resto del examen. ***Realizar cada ejercicio en hoja separada****. Escribir el nombre en* [illegible] *tirarse debe firmar una hoja de* [illegible]

APELLIDO [illegible] .... Nº DE LIBRETA: [illegible]

[illegible] .... FIRMA: (C) ....

mail [illegible] .... Nº de hojas entregadas: 6

Turno: ~~Tarde: 14 a 17 hs~~ | Noche: 19 a 22 hs

Criterio de aprobación: Para aprobar este examen es necesario sumar al menos 60 puntos o tener al menos dos ejercicios bien resueltos.

Recuerde definir con palabras los eventos y/o las variables aleatorias involucradas, nombres y parámetros de las distribuciones. ***Justifique claramente sus afirmaciones.***

1. (*25 puntos+5 puntos extra*) Ana va a comprar caramelos para ella y Juan. El kiosquero se lo separa en dos bolsas A y B. A la bolsa A le pone 4 de menta y 2 de limón, mientras que a la B le pone 3 de menta y 4 de limón. Cuando Ana le va a dar una de las bolsas a Juan, Juan se enoja porque le recuerda que a él no le gustan los de menta. Ana le asegura que no son tantos, y para mostrárselo le propone lo siguiente: ella va a elegir una de las bolsas al azar, y va a sacar 3 caramelos (sin reposición); si agarra 0 ó 1 de menta, se queda ella con las dos bolsas, pero si agarra 2 ó 3, le da las dos bolsas a Juan y va a comprarle más caramelos de limón para compensar. Ana elige la bolsa B con probablidad 7/11.

a) ($5p$) ¿Cuál es la probabilidad de que Ana se quede con todos los caramelos?

b) ($6p$) Si se sabe que salieron 3 caramelos de menta, ¿cuál es la probabilidad de haberlos sacado de la bolsa A?

c) ($9p$) Para ponerle suspenso, Ana muestra primero uno de los tres que agarró. Si se sabe que es de limón, ¿cuál es ahora la probabilidad de que se quede con todos los caramelos?

d) ($10p$) Jesús, amigo de Ana y Juan, llega cuando Ana muestra que agarró tres caramelos de menta. Para ayudarla a Ana, le cambia esos tres caramelos de menta por tres de limón, los pone en la bolsa de donde salieron los de menta, y lo convence a Juan de repetir el experimento. La elección de la bolsa en el segundo intento es independiente de la primera (de hecho, notar que no tenemos información de cuál fue la bolsa de donde se realizó la primera extracción). ¿Cuál es ahora la probablidad de que Ana se quede con todos los caramelos?

2. (*25 puntos*) Felipe contrata a una empresa de publicidad para desarrollar la página de su negocio. Le paga a la empresa 10 pesos por cada persona que se conecta a dicha página. La cantidad de personas que intentan conectarse por día (demanda diaria) tiene una distribución Poisson con parámetro $\lambda = 2$. Por otro lado, el sistema sólo permite conectarse a tres personas por día y a partir de ese momento la página se bloquea para los restantes intentos. Por ejemplo, si 5 personas intentan conectarse en un día sólo lo consiguen 3 y Felipe sólo le pagaría 30 pesos a la empresa.

a) ($6p$) ¿Cuál es la probabilidad de que un día cualquiera la empresa de publicidad no pueda satisfacer la demanda diaria de conexiones?

b) (6p) Sabiendo que ayer Felipe pagó al menos 20 pesos, calcular la probabilidad de que el sistema se haya bloqueado.

c) (7p) Halle la función de probabilidad puntual del gasto diario de Felipe en publicidad.

d) (6p) ¿Cuál es la probabilidad de que en una semana (7 días) Felipe pague al menos 20 pesos en por lo menos dos días? Suponga que la cantidad de conexiones en un día son independientes a las de cualquier otro día.

3. (*25 puntos*) En un banco hay tres terminales conectadas a un servidor. El tiempo en horas que transcurre hasta que una terminal se cuelga es una variable aleatoria con distribución exponencial para cada terminal. Las esperanzas de dos de ellas son 4 y 6 horas. Por otro lado, se sabe que el tiempo que transcurre hasta que la terminal restante se cuelga es una variable aleatoria X exponencial que verifica $\mathbb{P}(X > 4|X > 1) = e^{-\frac{1}{4}}$. Todas trabajan en forma independiente pero cuando una se cuelga, todas tienen que apagarse y se interrumpe el trabajo.

a) (12p) Hallar la función de densidad del tiempo que transcurre hasta que el trabajo debe interrumpirse. ¿Qué distribución tiene?

b) (5p) Si comienzan a funcionar nuevamente a las 13hs y sabemos que hasta las 14hs el trabajo no se interrumpió, calcular la probabilidad de que el trabajo no se interrumpa antes de las 17hs.

c) (8p) Pedro entra a trabajar todos los días a las 9 am y apenas llega pone a funcionar los tres servidores. Sabiendo que sale de la oficina a las 13 hs, ¿cuál es la probabilidad de que en los cinco días de la semana haya tenido que reiniciar el sistema al menos una vez cada día? Suponer que el comportamiento del sistema es independiente entre los diferentes días.

4. (*25 puntos*) Las variables aleatorias X e Y tienen una distribución conjunta uniforme en el interior del triángulo T de vértices $(0,0)$, $(2,0)$ y $(1,2)$. Calcular:

a) (8p) las densidades marginales f_X y f_Y,

b) (5p) $\mathbb{P}(X < 1|Y < 1)$,

c) (7p) $\mathbb{P}(X < 1|Y = 1)$.

d) (5p) ¿Son X e Y independientes? Justificar.