

TEMA 1

1	2	3	4	Calificación

APELLIDO Y NOMBRE:

Nº. DE LIBRETA:

CARRERA:

TURNO DE PRÁCTICA:

Álgebra I

Segundo Cuatrimestre 2022 - Primer Parcial - 15/10/22

1. Sean $X = \{n \in \mathbb{N} : n \leq 200\}$ e $Y = \{n \in \mathbb{N} : n \leq 100\}$.
En $\mathcal{P}(X)$ se define la relación \mathcal{R} de la forma:

$$A \mathcal{R} B \iff A - B \subseteq Y.$$

- a) Determinar si \mathcal{R} es una relación reflexiva, simétrica, antisimétrica y/o transitiva.
b) Sea $A = \{n \in X : n \text{ es impar}\}$. ¿Cuántos conjuntos $B \in \mathcal{P}(X)$ satisfacen simultáneamente $A \mathcal{R} B$ y $\#(A \cap B) = 80$?
2. Conjeturar una fórmula para el término general de la sucesión $(a_n)_{n \in \mathbb{N}_0}$ definida a continuación y probar su validez.

$$a_0 = 5 \quad \text{y} \quad a_n = \begin{cases} 2a_{n-1} & \text{si } n \text{ impar} \\ \frac{1}{5}a_{n/2}^2 & \text{si } n \text{ par} \end{cases}, \quad \forall n \geq 1.$$

3. Probar que $8^{2n} - 63n - 1$ es divisible por 441 para todo $n \in \mathbb{N}$.
4. Sean $a, b \in \mathbb{Z}$ tales que $(a : b) = 7$. Calcular los posibles valores de $(9a - 15b^2 - 27 : 189)$ y dar un ejemplo de a y b para cada caso.

*Complete esta hoja con sus datos y entréguela con el resto del examen.
Justifique todas sus respuestas, no omita detalles y sea claro al escribir.*