Análisis I - Análisis Matemático I - Matemática 1 - Análisis II (C)

Primer Parcial - Curso de Verano 2010 - 25/02/10

1	2	3	4

CALIF.

Nombre y apellido:

No. de libreta: Carrera:

---

1. Determinar para qué valores de $n \in \mathbb{N}$ la función $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$,

$$f(x,y,z) = \begin{cases} \dfrac{(\cos^2(|x|+|y|)-1)\,\mathrm{sen}(y^2+z^2)}{(x^2+y^2+z^2)^{n/2}}, & \text{si } (x,y,z) \neq 0, \\ 0 & \text{si } (x,y,z) = 0, \end{cases}$$

resulta continua en $(0,0,0)$.

2. Sea $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ la función definida por

$$f(x,y) = \begin{cases} x^3+4y^3-1 & \text{si } xy \geq 0, \\ -x-2y-1 & \text{si } xy < 0. \end{cases}$$

   a) Estudiar en qué puntos de $\mathbb{R}^2$ la función f resulta continua.

   b) Calcular el gradiente de f en $(0,0)$. Hallar la derivada direccional de f en $(0,0)$ en la dirección $v = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$. Deducir de los cálculos anteriores que f no es diferenciable en $(0,0)$.

3. Sea $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ diferenciable y sea $g : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definida por

$$g(x,y) = f(x^2+y^2, xe^y, 2\,\mathrm{sen}(xy)).$$

   Sabiendo que $f(1,1,0) = 2$ y $\nabla f(1,1,0) = (2,1,4)$, hallar el plano tangente de g en el punto $(1,0)$. Utilizarlo para aproximar el valor de $g\left(\frac{3}{2}, -\frac{1}{10}\right)$.

4. Sea S la superficie dada por el gráfico de $f(x,y) = (x-y)(2x+1)+x$ y sea T la superficie $T = \{(x,y,z)/(x-y)z^2+(y-z)x = 0\}$. Hallar todos los puntos de la recta $(x,y,z) = t(1,1,1)$ en los que ambas superficies tienen el mismo plano tangente.

JUSTIFIQUE TODAS SUS RESPUESTAS