

Análisis I - Análisis Matemático I - Matemática 1 -
Análisis II (C)

Examen Final (22-12-2021)

Nombre y apellido:

Libreta:

Carrera:

1	2	3	4	N

1. Sea $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ la siguiente función:

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x+y}{x-y} & \text{si } x \neq y \\ 0 & \text{si } x = y. \end{cases}$$

- (i) Determinar si f es continua y/o diferenciable en el $(0, 0)$
- (ii) Determinar si existen puntos donde el plano tangente al gráfico de f sea paralelo al plano $x + y + z = 1$.
2. Hallar los puntos de la curva C que están más próximos al $(1, -1)$, donde C es la parábola $y = x^2 + 2$
3. Probar que si una función f de dos variables satisface la siguiente ecuación, denominada la *ecuación de Laplace*:

$$f_{xx} + f_{yy} = 0$$

Entonces la función $g(x, y) = f\left(\frac{x}{x^2+y^2}, \frac{y}{x^2+y^2}\right)$ también la satisface si $(x, y) \neq (0, 0)$.

4. Hallar el volumen del sólido limitado por los planos $z = 0, z = 4$, exterior al cilindro $x^2 + y^2 = 1$ e interior al paraboloides $x^2 + y^2 - z = 1$.

Nota. Justifique debidamente todas sus afirmaciones y respuestas.