

1	2	3	4

CALIF.

APELLIDO, NOMBRE Y DNI:
LIBRETA:

TEMA 1

Análisis Matemático I - Matemática 1 - Análisis matemático I
Curso de verano de 2013 - Primer Parcial.
25/02/2013

Ejercicio 1. Analizar la continuidad de

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{(x-2y)\operatorname{sen}(xy)}{xy^2+y} & \text{si } y \neq 0 \text{ y } xy \neq -1 \\ x^2 & \text{si } y = 0 \text{ o } xy = -1 \end{cases}$$

en cada punto de su dominio.

Ejercicio 2. Sea $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definida

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{e^x|y-1|^\alpha + y^2|x-1|^\beta}{e^y(x-1)^2 + x^2(y-1)^2} & \text{si } (x, y) \neq (1, 1) \\ 0 & \text{si } (x, y) = (1, 1) \end{cases}$$

donde $\alpha, \beta > 3$. Analizar la diferenciabilidad de f en los puntos $p_1 = (4, 2)$ y $p_2 = (1, 1)$.

Ejercicio 3. Sea $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ una función diferenciable en el punto $p = (1, 1)$ y $\alpha, \beta: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$ definidas $\alpha(t) = (3-t, t-1)$ y $\beta(t) = (t, t^2)$. Sabiendo que f cumple las siguientes condiciones:
i) f se anula sobre $\operatorname{Im}(\alpha)$, es decir sobre la imagen de α y ii) $f \circ \beta(t) = e^{t+t^2-2} - 1$, calcular la derivada direccional de f en el punto $(1, 1)$ en la dirección del vector $v = (\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}})$

Ejercicio 4. Sea $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ la función $f(x, y) = \ln(1+x^2+y^2) + y$.

- Hallar el polinomio de Taylor de segundo orden, $P_2(x, y)$, asociado a f desarrollado alrededor del punto $(0, 0)$ y dar la expresión de Lagrange del resto correspondiente.
- Usando el ítem anterior calcular el límite de la función

$$g(x, y) = \frac{\ln(1+x^2+y^2) - yx^2}{x^2+y^2}$$

cuando $(x, y) \rightarrow (0, 0)$

Justifique todas sus respuestas.